

Third Edition

MECHANICS OF MATERIALS

CHAPTER 9.7

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
John T. DeWolf

Lecture Notes:
J. Walt Oler
Texas Tech University

تنش در مخازن جدار نازک تحت فشار

© M.H. Abolbashari, Ferdowsi University of Mashhad

Mc Graw Hill

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در مخازن جدار نازک تحت فشار (استوانه‌ای، کروی و تقارن محوری)

- مخازن جدار نازک به مخازنی گفته می‌شود که نسبت ضخامت دیواره t به شعاع مخزن R آنقدر کوچک است که توزیع تنش‌های قائم در صفحات عمود بر جدار تقریباً در ضخامت یکنواخت باشد. در حقیقت این تنش‌ها از یک مقدار ماکزیمم در داخل به یک مقدار مینیمم در خارج متغیر می‌باشند. مخازن جدار نازک ایده‌آل مانند یک غشاء عمل می‌کنند و هیچگونه خمشی در دیواره وجود ندارد. در حقیقت تنش‌ها دو بعدی‌اند.
- اگر نسبت ضخامت به شعاع داخلی کمتر از 0.1 باشد، تنش قائم ماکزیمم حداکثر 5% از مقدار متوسط بیشتر است.

$$\text{If } \frac{t}{R} < 0.1, \text{ Then } \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\text{ave}}}{\sigma_{\text{ave}}} < 5\%$$

Mechanics of Materials by Higon, p 147

- یک معیار دیگر برای جدار نازک فرض کردن ستون‌های توخالی:

$$\frac{R_o + R_i}{2(R_o - R_i)} \geq 20$$

Introduction to optimum design by Arora, 1989, p41

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

2 - 2/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در مخازن جدار نازک تحت فشار

تنش در جهت نصف‌النهاری (طولی)	σ_1
تنش در جهت مداری (محیطی)	σ_2
ضخامت جدار	t
شعاع انحنا در جهت نصف‌النهاری در نقطه A	r_1
شعاع انحنا در جهت مداری در نقطه A	r_2
طول کمان المان در جهت نصف‌النهاری	ds_1
طول کمان المان در جهت مداری	ds_2
زاویه مرکزی کمان ds_1	$d\theta_1$
زاویه مرکزی کمان ds_2	$d\theta_2$
فشار داخلی مخزن	P

نیروی وارد بر المان A در جهت نصف‌النهاری $\sigma_1 ds_2 t$
 نیروی وارد بر المان A در جهت مداری $\sigma_2 ds_1 t$
 مؤلفه‌های این دو نیرو در جهت عمود بر سطح المان عبارتند از:
 $F_1 = 2\sigma_1 ds_2 t \left(\sin \frac{d\theta_1}{2} \right) \approx \sigma_1 ds_2 t d\theta_1$, $F_2 = 2\sigma_2 ds_1 t \left(\sin \frac{d\theta_2}{2} \right) \approx \sigma_2 ds_1 t d\theta_2$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 – 3/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در مخازن جدار نازک تحت فشار

به جای $d\theta_1$ و $d\theta_2$ مقادیرش را از رابطه زیر جایگزین می‌کنیم.

$$ds_1 = r_1 d\theta_1, \quad ds_2 = r_2 d\theta_2$$

$$F_1 = \frac{\sigma_1 ds_1 ds_2 t}{r_1}, \quad F_2 = \frac{\sigma_2 ds_1 ds_2 t}{r_2}$$

مجموع این دو نیرو با نیروی فشار داخلی مخزن در حال تعادل است.

$$P ds_1 ds_2 = F_1 + F_2 = ds_1 ds_2 t \left(\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} \right)$$

$$\pm \frac{\sigma_1}{r_1} \pm \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{P}{t}$$

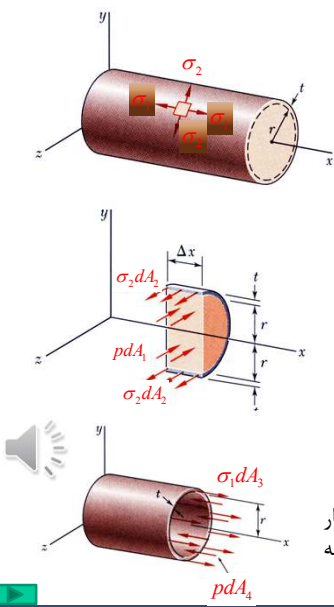
مهم: اگر تحذب به طرف داخل مخزن باشد $r > 0$ و اگر به طرف خارج باشد $r < 0$ زیرا جهت نیروها عوض می‌شود.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 – 4/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در مخازن جدار نازک تحت فشار تقارن محوری با استفاده از روش مقطع زدن



- مخازن استوانه‌ای
- تنش مداری (محیطی)
 $\sigma_2 =$ تنش نصف‌النهاری (طولی)
 $\sigma_1 =$ تنش مداری (محیطی):
- تنش نصف‌النهاری (طولی):

$$\sum F_z = 0 = \sigma_2 (2t \Delta x) - p (2r \Delta x)$$

$$\sigma_2 = \frac{pr}{t}$$

$$\sum F_x = 0 = \sigma_1 (2\pi r t) - p (\pi r^2)$$

$$\sigma_1 = \frac{pr}{2t}$$

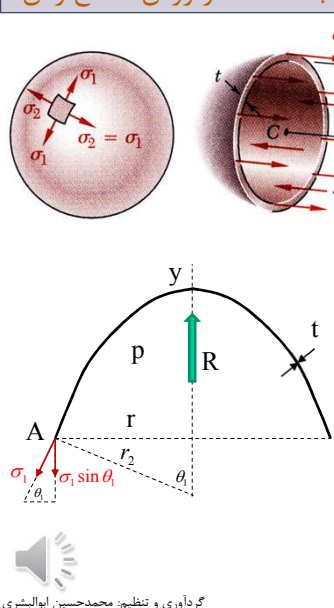
$$\sigma_2 = 2\sigma_1$$

- از آنجا که همیشه این رابطه برقرار است در اثر ازدیاد فشار استوانه‌ها در جهت طولی/عرضی ترک برمی‌دارند. به عبارت دیگر به ازای یک فشار مشخص تنش مداری بیشتر است.

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 - 5/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در مخازن جدار نازک تحت فشار تقارن محوری با استفاده از روش مقطع زدن



- مخازن تحت فشار کروی:

$$\sum F_x = 0 = \sigma_2 (2\pi r t) - p (\pi r^2)$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pr}{2t}$$

- مخازن متقارن محوری:

$R =$ برآیند نیروهای فشاری
 $r_2 =$ شعاع انحنای مداری: فاصله عمودی بین سطح تا محور دوران

رابطه تعادل در مقطع AA

$$\sum F_y = 0 = R - \sigma_1 \sin \theta_1 (2\pi r t)$$

$$\sigma_1 = \frac{R}{2\pi r t \sin \theta_1} = \frac{p \pi r^2}{2\pi r t \sin \theta_1} = \frac{pr}{2t \sin \theta_1}$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 - 6/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مثال:

مخزن مخروطی شکل مقابل پر از مایعی با چگالی ρ است. الف: تنش‌های نصف‌النهاری و مداری را در نقطه A بدست آورید. ب: تنش‌های نصف‌النهاری و مداری هر کدام در چه ارتفاعی ماکزیمم هستند؟

حل: برایند نیروهای قائم که بر مقطع AA اثر می‌کند عبارت است از وزن حجمی از مایع به ارتفاع h که هاشور زده شده: $R_y = \left\{ \pi \left(y \tan \alpha \right)^2 \left[(h-y) + \frac{1}{3}y \right] \right\} \rho g = \pi \rho g y^2 \tan^2 \alpha \left(h - \frac{2}{3}y \right)$

دلیل اینکه قسمت هاشور زده است این است که اگر حجم کل را بگیریم برایند نیروهای قائم در ارتفاع h است و نه y.

$F_y = A \sigma = 2\pi y \tan \alpha t \sigma_1 \cos \alpha$

$R_y = F_y \rightarrow \sigma_1 = \frac{\pi \rho g y^2 \tan^2 \alpha \left(h - \frac{2}{3}y \right)}{2\pi y t (\tan \alpha \cos \alpha)} = \frac{\rho g y \sin \alpha (3h - 2y)}{6t \cos^2 \alpha}$

ارتفاعی که در آن تنش نصف‌النهاری ماکزیمم است. $\frac{d\sigma_1}{dy} = 0 \rightarrow (3h - 4y) = 0 \rightarrow y = \frac{3h}{4}$

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 - 7/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مثال:

تنش در جهت مداری: $\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{P}{t}$

فشار متناسب با ارتفاع ستون مایع است: $p = \rho g (h - y)$

$r_1 = \infty, r_2 = \frac{r}{\cos \alpha} = \frac{y \tan \alpha}{\cos \alpha}$

$\sigma_2 = \frac{Pr_2}{t} = \frac{\rho g (h - y) y \tan \alpha}{t \cos \alpha}$

ارتفاعی که در آن تنش مداری ماکزیمم است. $\frac{d\sigma_2}{dy} = 0 \rightarrow (h - 2y) = 0 \rightarrow y = \frac{h}{2}$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالشیری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 2 - 8/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه ۱:

یک مخزن از دو قسمت استوانه‌ای و مخروطی تشکیل شده، قسمت استوانه‌ای بالا دارای ارتفاع 80 cm و قطر آن 4.8m و قسمت مخروطی پایین دارای ارتفاع 3.2m می‌باشد. این مخروط در مقطع CD روی محیطش معلق بوده و پر از روغنی به وزن مخصوص 0.72 ton/m^3 می‌باشد. اگر ضخامت مخزن 6mm باشد، تنش‌های مداری و نصف‌النهاری ماکزیمم را در قسمت مخروطی به دست آورید.

گرآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

2 - 10/11

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه ۲:

یک لاستیک تویی اتومبیل با ابعاد داده شده در شکل با فشار 100kPa پر شده است. تنش‌های مداری و نصف‌النهاری را در نقطه A بیابید. ضخامت جدار 2mm است.

گرآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

2 - 10/11

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

روابطی که تا کنون معرفی شده:

$$\pm \frac{\sigma_1}{r_1} \pm \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{P}{t}$$

گرآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

