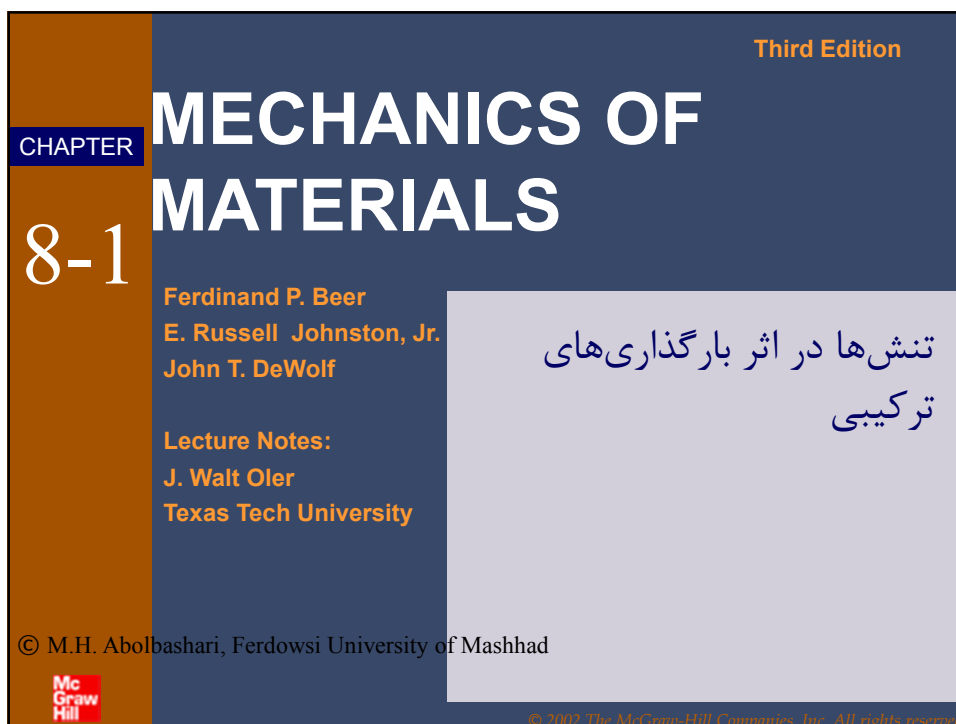




Third Edition

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

مقدمه

- در فصل‌های ۱ و ۲ شما آموختید که چگونه تنش‌های قائم در اثر بارگذاری‌های محوری را بیابید.

$$\sigma_x = \pm \frac{P}{A}$$
- در فصل ۳ توزیع تنش‌های برشی در یک عضو با مقطع دایروی که تحت کوپل پیچشی قرار داشت را تحلیل کردید.

$$\tau = \frac{Tc}{J}$$
- در فصل ۴ تنش‌های قائمی که در اثر کوپل خمشی بوجود آمده بود را به دست آوردید.

$$\sigma_x = \pm \frac{M_z y}{I_z} \pm \frac{M_y z}{I_y}$$
- در فصل ۵ تنش‌های برشی در اثر بارهای عرضی را محاسبه کردید.

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$
- در فصل ۸-۱ شما می‌آموزید که در یک عضو سازه‌ای یا یک قطعه از ماشین که تحت ترکیبی از بارگذاری‌ها قرار دارد، چگونه تنش را بیابید.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

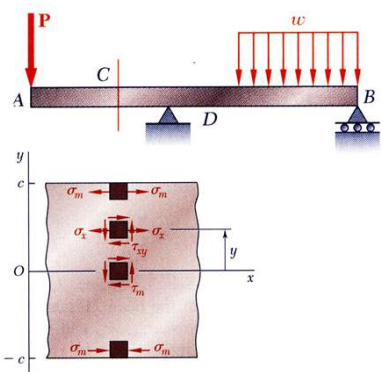
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8.1- 2/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش در تیرها

- تیرهای منشوری تحت بارگذاری عرضی:



تنش قائم ماکزیمم در لایه‌های بالا و پایین که تنش برشی وجود ندارد:

$$\sigma_x = -\frac{My}{I}, \quad \sigma_m = \frac{Mc}{I}$$

تنش ماکزیمم برشی در تارخشی که تنش‌های قائم وجود ندارند:

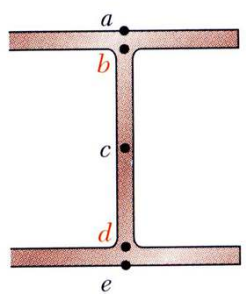
$$\tau_{xy} = \frac{VQ}{It}, \quad \tau_m = \frac{VQ}{It}$$

- نکته مهم: در این بخش ما روی محاسبه تنش‌های قائم و برشی که در یک نقطه هستند تأکید می‌کنیم. ماکزیمم تنش‌ها در یک نقطه که هم تنش برشی و هم تنش قائم وجود دارد باید با استفاده از تبدیل تنش‌ها که سرفصل مقاومت ۲ است به دست آید.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 8.1- 3/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌های قائم و برشی در تیر



- شکل مقطع باعث بوجود آمدن مقدار بزرگ τ_{xy} در نزدیکی سطح (نقطه b) که σ_x بزرگ است می‌شود و ترکیب آن‌ها ممکن است تنش‌های قائم و برشی **بزرگتری** را نسبت به نقاط a و c بدهد.
- در مثال بعد مقادیر تنش‌ها در نقطه b را به دست می‌آوریم.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری
© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 8.1- 4/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.1

حل:

- نیروی برشی و ممان خمشی در مقطع $A - A'$ را به دست آورید.
- تنش قائم در محل اتصال بال و جان در سطح بالایی را محاسبه کنید.
- تنش برشی در محل اتصال بال و جان را به دست آورید.

یک نیروی 160-kN به انتهای یک تیر فولادی نورد شده W200×52 وارد می‌شود.

با چشم‌پوشی از اثرات گرده و تمرکز تنش، در مقطع $A - A'$ تنش قائم و برشی را در نقاط اتصال بال و جان به دست آورید.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8.1- 5/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.1 (ادامه)

حل:

- نیروی برشی و ممان خمشی در مقطع $A - A'$ را به دست آورید.
- تنش قائم در محل اتصال بال و جان در سطح بالایی را محاسبه کنید.

$M_A = (160 \text{ kN})(0.375 \text{ m}) = 60 \text{ kN} \cdot \text{m}$
 $V_A = 160 \text{ kN}$

$\sigma_a = \frac{M_A}{S} = \frac{60 \text{ kN} \cdot \text{m}}{512 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 117.2 \text{ MPa}$

$\sigma_b = \sigma_a \frac{y_b}{c} = (117.2 \text{ MPa}) \frac{90.4 \text{ mm}}{103 \text{ mm}} = 102.9 \text{ MPa}$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8.1- 6/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.1 (ادامه)

• تنش برشی در محل اتصال بال و جان را به دست آورید.

$Q = (204 \times 12.6) 96.7 = 248.6 \times 10^3 \text{ mm}^3$
 $= 248.6 \times 10^{-6} \text{ m}^3$

$\tau_b = \frac{V_A Q}{I t} = \frac{(160 \text{ kN})(248.6 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(52.7 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(0.0079 \text{ m})}$
 $= 95.5 \text{ MPa}$

• هر گاه در نقطه‌ای مانند b در مقطع هم تنش قائم و هم برشی داشته باشیم، تنش قائم و برشی **ماکزیمم** از روابط زیر به دست می‌آیند که مشروح آن در مقاومت مصالح ۲ بیان می‌شود.

$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{102.9 \text{ MPa}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{102.9 \text{ MPa}}{2}\right)^2 + (95.5 \text{ MPa})^2}$
 $\sigma_{\max/\min} = 159.92 / -57.02 \text{ MPa}$

که در این مسئله از تنش قائم نقطه a (117.2) بیشتر است.

$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{102.9 \text{ MPa}}{2}\right)^2 + (95.5 \text{ MPa})^2} = \pm 108.47 \text{ MPa}$
 که در این مسئله از تنش برشی نقطه b (95.5) بیشتر است.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8.1- 7/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.2

حل:

• عکس‌العمل‌ها در A و D را به دست آورید.

• نیروی برشی و ممان خمشی ماکزیمم را از نمودار آن‌ها به دست آورید.

• مدول مقطع مورد نیاز را محاسبه کنید و مقطع مناسب را انتخاب کنید.

• تنش قائم ماکزیمم را به دست آورید.

• تنش برشی ماکزیمم را به دست آورید.

یک تیر با تکیه‌گاه میانی (سرآویز) یک بار گسترده و یک بار متمرکز را تحمل می‌کند. اگر تنش مجاز فولاد استفاده شده در تیر $\sigma_{all} = 24 \text{ ksi}$ و $\tau_{all} = 14.5 \text{ ksi}$ باشد، مقطع بال پهنی که باید به کار رود را انتخاب کنید.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8.1- 8/17

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.2 (ادامه)

حل:

- عکس العمل‌ها در A و D را به دست آورید.

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_D = 59 \text{ kips}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow R_A = 41 \text{ kips}$$

- نیروی برشی و ممان خمشی ماکزیمم را از نمودار آن‌ها به دست آورید.

$$|M|_{\max} = 239.4 \text{ kip} \cdot \text{ft} = 2873 \text{ kip} \cdot \text{in} \quad \text{with } V = 12.2 \text{ kips}$$

$$|V|_{\max} = 43 \text{ kips}$$

- مدول مقطع مورد نیاز را محاسبه کنید و مقطع مناسب را انتخاب کنید.

$$S_{\min} = \frac{|M|_{\max}}{\sigma_{\text{all}}} = \frac{2873 \text{ kip} \cdot \text{in}}{24 \text{ ksi}} = 119.7 \text{ in}^3$$

از جدول چندین مقطع که S آن‌ها بیشتر از 119.7 in^3 باشد انتخاب و از بین آن‌ها مقطعی که وزن کمتری دارد انتخاب کنید.

Shape	S (in ³)
W24 × 68	154
W21 × 62	127
W18 × 76	146
W16 × 77	134
W14 × 82	123
W12 × 96	131

select W21 × 62 beam section

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

8.1- 9/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.2 (ادامه)

- تنش برشی ماکزیمم را به دست آورید.
- با فرض تنش برشی یکنواخت در جان: قابل قبول $5.12 \text{ ksi} < 14.5 \text{ ksi}$
- تنش قائم ماکزیمم را به دست آورید.

$$\tau_{\max} = \frac{V_{\max}}{A_{\text{web}}} = \frac{43 \text{ kips}}{8.40 \text{ in}^2} = 5.12 \text{ ksi}$$

$$\sigma_a = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{2873 \text{ kip} \cdot \text{in}}{127 \text{ in}^3} = 22.6 \text{ ksi}$$

$$\sigma_b = \sigma_a \frac{y_b}{c} = (22.6 \text{ ksi}) \frac{9.88}{10.5} = 21.3 \text{ ksi}$$

تنش برشی در جایی که ممان خمشی ماکزیمم است برابر 12.2 Kips است.

$$\tau_b = \frac{V}{A_{\text{web}}} = \frac{12.2 \text{ kips}}{8.40 \text{ in}^2} = 1.45 \text{ ksi}$$

هر گاه در نقطه‌ای مانند b در مقطع هم تنش قائم و هم برشی داشته باشیم، تنش قائم ماکزیمم از رابطه زیر به دست می‌آید که مشروح آن در مقاومت مصالح ۲ بیان می‌شود.

$$\sigma_{\max/\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2} = \frac{21.3 \text{ ksi}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{21.3 \text{ ksi}}{2}\right)^2 + (1.45 \text{ ksi})^2}$$

$$\sigma_{\max} = 21.4 \text{ ksi} < 24 \text{ ksi}$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

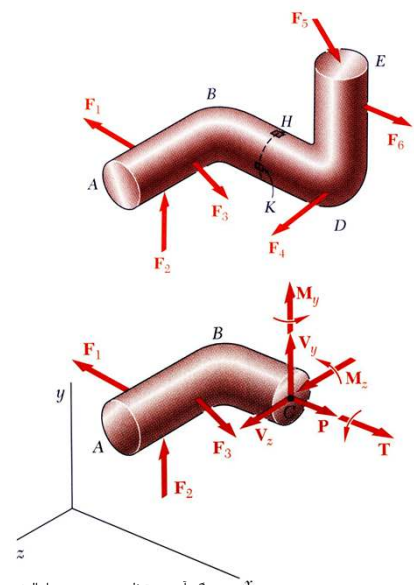
8.1- 10/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در اثر بارهای ترکیبی



- می‌خواهیم تنش‌ها در اعضای سازه‌ای لاغر (مانند نقاط H و K) که تحت بارگذاری اختیاری قرار دارند را به دست آوریم.
- از نقاط مورد نظر مقطع بزنید. با توجه به الزام تعادل، مجموعه نیرو-کوپل در مرکز سطح را به دست آورید.
- مجموعه نیروهای داخلی از سه مؤلفه نیرو و سه بردار کوپل تشکیل شده است.
- توزیع تنش را با استفاده از اصل جمع آثار به دست آورید.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

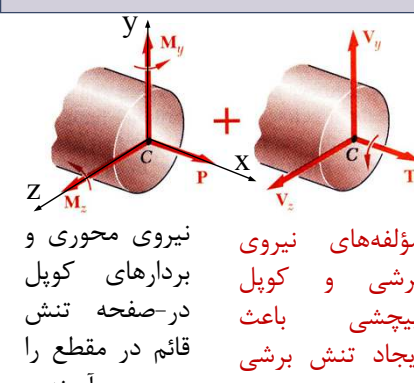
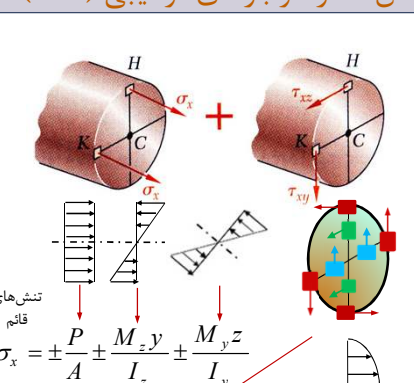
8.1- 11/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در اثر بارهای ترکیبی (ادامه)

نیروی محوری و
بردارهای کوپل
در-صفحه تنش
قائم در مقطع را
وجود می‌آورند.

مؤلفه‌های نیروی
برشی و کوپل
پیش‌نی باعث
ایجاد تنش برشی
در مقطع می‌شوند.

تنش‌های قائم

$$\sigma_x = \pm \frac{P}{A} \pm \frac{M_z y}{I_z} \pm \frac{M_y z}{I_y}$$

شعاع محور

تنش‌های برشی

$$\tau_{xy} \text{ or } \tau_{xz} = \frac{Tc}{J}, \quad \tau_{xy} \text{ or } \tau_{xz} = \frac{V_y Q_1}{I_z t_1} \text{ or } \frac{V_z Q_2}{I_y t_2}$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

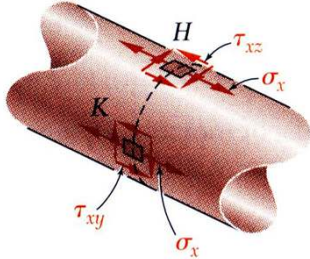
8.1- 12/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

تنش‌ها در اثر بارهای ترکیبی (ادامه)



- تحلیل تا جایی معتبر خواهد بود که شرایط قابلیت کاربرد اصل جمع آثار و اصل سنت ونان برآورده شود.
- (اصل سنت ونان: بجز در محدوده بسیار نزدیک نقاط اعمال نیروها، توزیع تنش را می‌توان مستقل از حالت (مود) اعمال بارها فرض کرد.)

8.1- 13/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

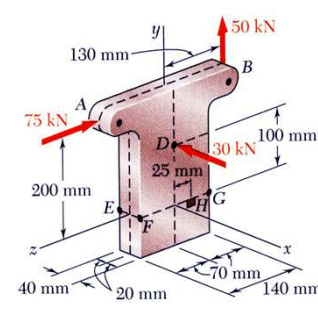
MECHANICS OF MATERIALS

Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.5

حل:

- نیروهای داخلی در مقطع EFG را به دست آورید.
- تنش قائم در H را محاسبه کنید.
- تنش برشی در H را محاسبه کنید.



سه نیرو به پایه کوتاه فولادی مطابق شکل وارد می‌شود. تنش‌ها را در نقطه H به دست آورید.

8.1- 14/17

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.5 (ادامه)

حل:

- نیروهای داخلی در مقطع EFG را به دست آورید.

$$V_x = -30 \text{ kN} \quad P = 50 \text{ kN} \quad V_z = -75 \text{ kN}$$

$$M_x = (50 \text{ kN})(0.130 \text{ m}) - (75 \text{ kN})(0.200 \text{ m}) = -8.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_y = 0 \quad M_z = (30 \text{ kN})(0.100 \text{ m}) = 3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

خواص مقطع:

$$A = (0.040 \text{ m})(0.140 \text{ m}) = 5.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} (0.040 \text{ m})(0.140 \text{ m})^3 = 9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} (0.140 \text{ m})(0.040 \text{ m})^3 = 0.747 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 8.1- 15/17

MECHANICS OF MATERIALS Beer • Johnston • DeWolf

مسئله نمونه 8.5 (ادامه)

- تنش قائم در H را محاسبه کنید.

$$\sigma_y = + \frac{P}{A} + \frac{|M_z|a}{I_z} - \frac{|M_x|b}{I_x}$$

$$= \frac{50 \text{ kN}}{5.6 \times 10^{-3} \text{ m}^2} + \frac{(3 \text{ kN} \cdot \text{m})(0.020 \text{ m})}{0.747 \times 10^{-6} \text{ m}^4} - \frac{(8.5 \text{ kN} \cdot \text{m})(0.025 \text{ m})}{9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4}$$

$$= (8.93 + 80.3 - 23.2) \text{ MPa} = 66.0 \text{ MPa}$$

- تنش برشی در H را محاسبه کنید.

$$Q = A_1 \bar{y}_1 = [(0.040 \text{ m})(0.045 \text{ m})](0.0475 \text{ m}) = 85.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\tau_{yz} = \frac{V_z Q}{I_x t} = \frac{(75 \text{ kN})(85.5 \times 10^{-6} \text{ m}^3)}{(9.15 \times 10^{-6} \text{ m}^4)(0.040 \text{ m})} = 17.52 \text{ MPa}$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2002 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 8.1 - 16/17

