

Eighth Edition

CHAPTER
4

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: STATICS

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.

Lecture Notes:
J. Walt Oler
Texas Tech University

تبادل اجسام صلب

بخش دوم

گرددآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Eighth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Statics

تبادل اجسام تحت اثر دو نیرو

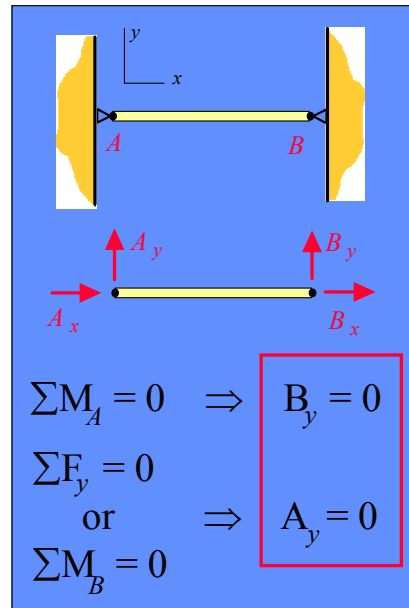
- صفحه‌ای را در نظر بگیرید که تحت تأثیر دو نیروی F_1 و F_2 قرار دارد و هیچگونه ممانی وجود ندارد.
- برای تبادل استاتیکی مجموع ممان حول A باید صفر باشد. ممان F_2 باید صفر باشد. در نتیجه باید F_2 از A بگذرد.
- به طور مشابه، باید F_1 از B بگذرد.
- از آنجا که مجموع نیروها در هر جهتی باید صفر باشد، نتیجه می‌شود که F_1 و F_2 باید از نظر مقدار مساوی، هم راستا و در جهت‌های مخالف هم باشند.
- راستا همیشه AB است.

گرددآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

نکته‌هایی در ارتباط با اتصال مفصلی میله‌های مستقیم، کابل‌ها و طناب‌ها

- میله‌ای را در نظر بگیرید که به وسیله دو مفصل به دیوار متصل شده‌است. مشاهده می‌شود که نیروهای داخلی که توسط میله تحمل می‌شود **کاملاً محوری** است. یعنی نیروهای داخلی در میله همیشه در راستای محور میله قرار دارند.
- در مورد کابل‌ها و طناب‌ها نیز همین طور است.
- اینها مثال‌هایی ساده ولی پرکاربر از اعضای دو نیرویی‌اند.

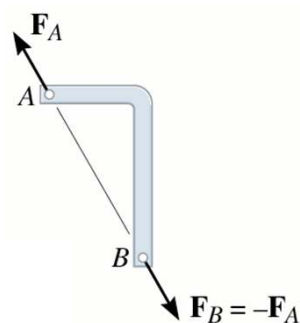


گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۳/27

تعادل اجسام دو بعدی

اعضای دو نیرویی - مثال‌های دیگر



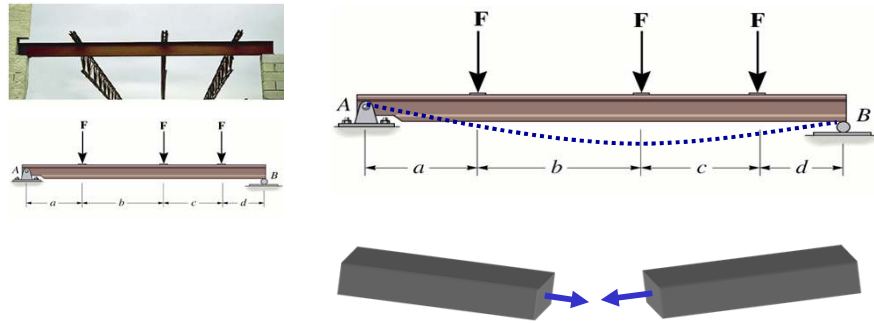
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۴/27

تعادل اجسام دو بعدی

نیروهای خارجی و داخلی

نیروهای داخلی را در ترسیمه آزاد نمی‌گذاریم.



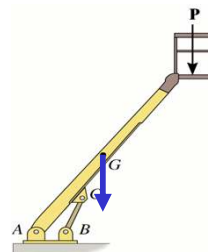
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۵/27

تعادل اجسام صلب دو بعدی

وزن و مرکز ثقل

وزن هر چند یک نیروی گسترده است ولی معمولاً آن را با یک نیروی متمرکز که در مرکز ثقل جسم اثر می‌کند بیان می‌کنیم.



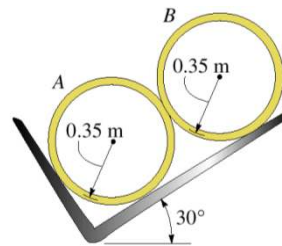
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۶/27

MF12

تعادل اجسام صلب دو بعدی

مثال

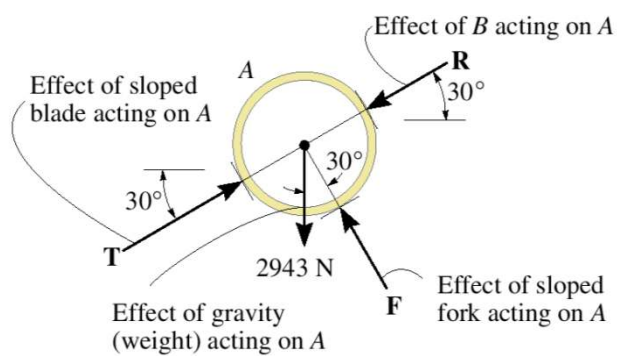


گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۷/27

تعادل اجسام صلب دو بعدی

مثال



گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

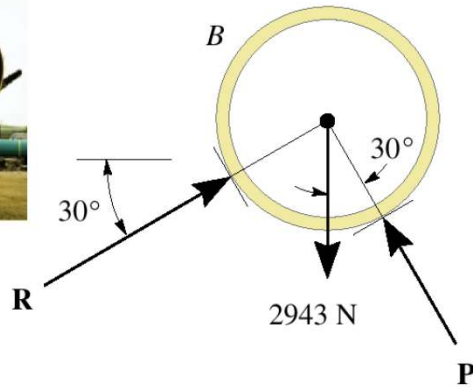
4 - ۸/27

Slide 7

MF12 This two pipes can be together taken as a rigid body since it will resisit under load and under loading do not rotate or translate as a rigid body.
My Friend • V / • Y / Y • \ • • :

تعادل اجسام صلب دو بعدی

مثال

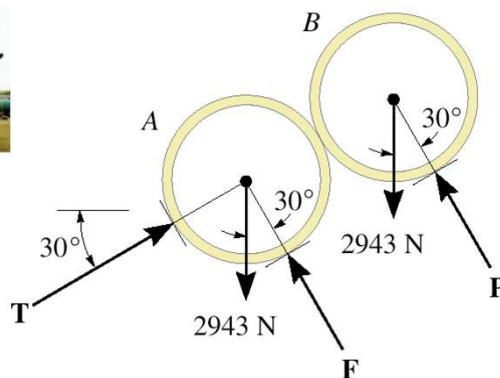


گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۹/27

تعادل اجسام صلب دو بعدی

مثال



گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

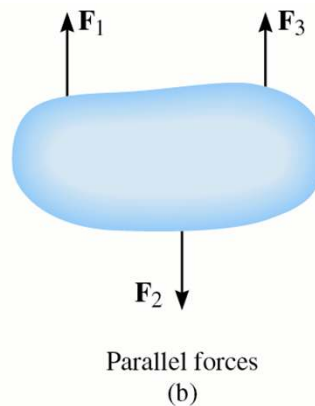
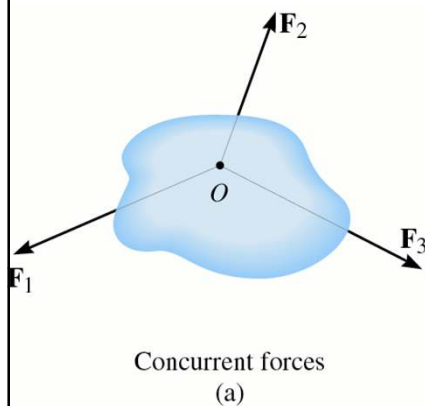
4 - ۱۰/27

MF8

تعدادل اجسام صلب دو بعدی

اعضای سه نیرویی

برای اعضای سه نیرویی که در حال تعادلند باید نیروها از یک نقطه بگذرند یا با هم موازی باشند.



اگر دو تا از نیروها موازی باشند، نقطه تقاطع در بینهایت قرار دارد و نیروی سوم نیز باید موازی آنها باشد تا از آن نقطه تقاطع بگذرد

P150 Hibbler

4 - ۱۱/27

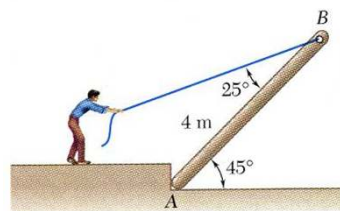
MF6

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.6

حل:

- ترسیمه آزاد پایه را رسم می‌کنیم. پایه یک جسم سه نیرویی است که تحت تأثیر کشش طناب، وزن خودش و عکس‌العمل در A است.



- برای تعادل، سه نیرو باید از یک نقطه بگذرند. بنابراین، عکس‌العمل R باید از محل تقاطع راستای نیروی وزن و کشش طناب بگذرد. جهت نیروی عکس‌العمل R به دست می‌آید.

فردی یک پایه 10 kg را با کشش طناب بلند می‌کند. طول پایه 4 m است. کشش طناب و عکس‌العمل در A را به دست آورید.

- از مثلث نیروها مقدار نیروی R را به دست می‌آوریم.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۱۲/27

Slide 11

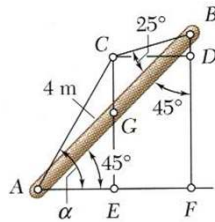
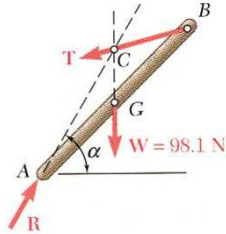
MF8 If two of three forces are parallel, the point of concurrency, O , is considered to be at infinity and the third force must be parallel to the other two forces to intersect at this point. P150 Hibbler
My Friend ۱۲/۰۶/۲۰۰۹ :

Slide 12

MF6 joist: roof joist عمود و پایه
My Friend ۰۶/۰۶/۲۰۰۹ :

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.6 (ادامه)



- ترسیمه آزاد پایه را رسم می کنیم.
- جهت نیروی عکس العمل R را به دست می آوریم.

$$AF = AB \cos 45 = (4m) \cos 45 = 2.828m$$

$$CD = AE = \frac{1}{2} AF = 1.414m$$

$$BD = CD \cot(45 + 25) = (1.414m) \tan 20 = 0.515m$$

$$CE = BF - BD = (2.828 - 0.515)m = 2.313m$$

$$\tan \alpha = \frac{CE}{AE} = \frac{2.313}{1.414} = 1.636$$

$$\alpha = 58.6^\circ$$

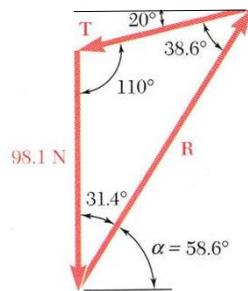
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۱۳/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.6 (ادامه)



- مقدار نیروی R را به دست می آوریم.

$$\frac{T}{\sin 31.4^\circ} = \frac{R}{\sin 110^\circ} = \frac{98.1 \text{ N}}{\sin 38.6^\circ}$$

$$T = 81.9 \text{ N}$$

$$R = 147.8 \text{ N}$$

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۱۴/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

عکس العمل‌های تکیه‌گاهی و اتصالات برای سازه‌های سه بعدی

تکیه‌گاه ساچمه‌ای Ball	سطح بی اصطکاک Frictionless surface	نیرو در راستای معلوم Cable
Force with known line of action (one unknown)		
غلتک روی سطح زبر Roller on rough surface	چرخ روی ریل Wheel on rail	دو نیرو Two force components
سطح زبر Rough surface	اتصال کاسه ساچمه‌ای Ball and socket	سه نیرو Three force components

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 4 - ۱۵/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

عکس العمل‌های تکیه‌گاهی و اتصالات برای سازه‌های سه بعدی (ادامه)

قفل گاردان (برای چرخش آزاد در دو محور مثلاً Y و Z) Universal joint	یک ممان و سه نیرو Three force components and one couple	سه ممان و سه نیرو Fixed support
Three force components and three couples		
لولا و یاتاقان فقط بار شعاعی را تحمل می‌کند. Hinge and bearing supporting radial load only	دو ممان و دو نیرو Two force components (and two couples)	
لولا و یاتاقان - نیروی کشش محوری و بار شعاعی را تحمل می‌کند. Pin and bracket	دو ممان و سه نیرو Three force components (and two couples)	
Hinge and bearing supporting axial thrust and radial load		

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 4 - ۱۶/27

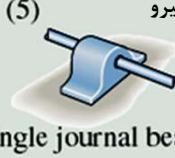
Slide 16

MF7 universal joint is designed to allow rotation about two axes namely y and z
My Friend 11/04/2009 :

معادلات تعادل سه بعدی

ترسیمه آزاد

عکس العمل‌های تکیه‌گاهی واقعی

(4) سه نیرو  ball and socket		این اتصال کاسه ساچمه‌ای اتصال شیلنگ به بدنه را در یک گریدر تأمین می‌کند.
(5) دو ممان و دو نیرو  single journal bearing		لولا و یاتاقان فقط بار شعاعی را تحمل می‌کند برای تکیه‌گاه انتهای محورها.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۱۷/27

معادلات تعادل سه بعدی

ترسیمه آزاد

عکس العمل‌های تکیه‌گاهی واقعی

(6) سه ممان و دو نیرو  single journal bearing with square shaft		این یاتاقان کف گرد (thrust bearing) در محورهای دوار ماشین‌ها به کار می‌رود.
(7) دو ممان و سه نیرو  single thrust bearing		این لولا در انتهای پایه یک تراکتور به کار می‌رود.
(8) دو ممان و سه نیرو  single smooth pin		این لولا در انتهای پایه یک تراکتور به کار می‌رود.

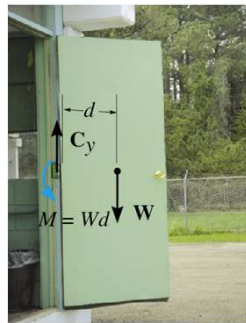
4 - ۱۸/27

معادلات تعادل سه بعدی

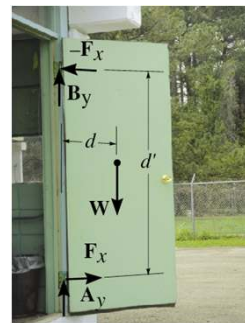
ترسیمه آزاد

عکس العمل های تکیه گاهی

کدام درب تکیه گاه های صحیحی دارد؟



تک لولایی



دو تکیه گاه لولایی

استفاده از یک لولا برای تکیه گاه یک درب صحیح نیست؛ زیرا لولا باید هم نیروی وزن را تحمل کند و هم بتواند ممان را تحمل کند.

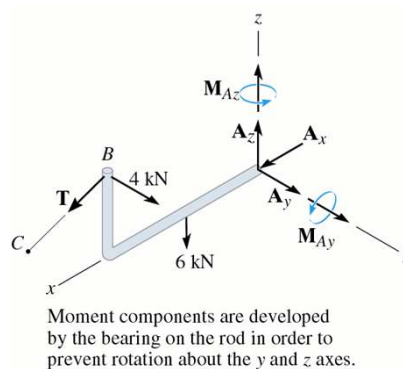
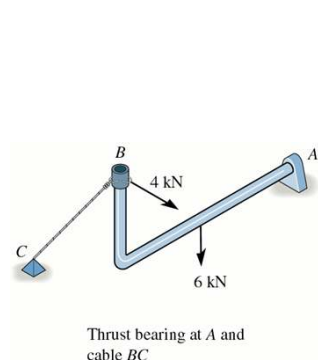
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۱۹/27

معادلات تعادل سه بعدی

ترسیمه آزاد

عکس العمل های تکیه گاهی

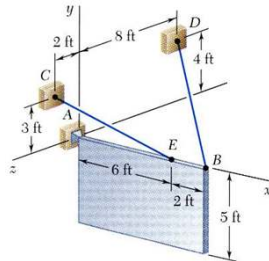


گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

4 - ۲۰/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.8



تابلویی با چگالی یکنواخت و به وزن 270lb توسط یک مفصل کاسه ساچمه‌ای A و دو کابل نگه‌داشته می‌شود.

کشش در هر کابل و عکس‌العمل‌ها در A را به دست آورید.

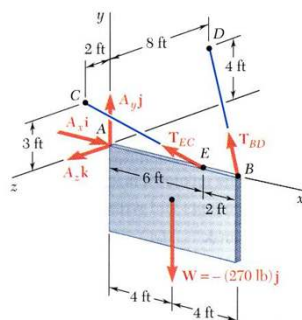
گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالیشری

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۲۱/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.8 (ادامه)



از آنجا که تنها ۵ مجهول وجود دارد، تابلو به شکل ناقصی مقید شده است. یعنی می‌تواند آزادانه حول محور X بچرخد. با این همه در بارگذاری فعلی

در حال تعادل است زیرا: $\sum M_x = 0$

$$\begin{aligned}\vec{T}_{BD} &= T_{BD} \frac{\vec{r}_D - \vec{r}_B}{|\vec{r}_D - \vec{r}_B|} \\ &= T_{BD} \frac{-8\vec{i} + 4\vec{j} - 8\vec{k}}{12} \\ &= T_{BD} \left(-\frac{2}{3}\vec{i} + \frac{1}{3}\vec{j} - \frac{2}{3}\vec{k} \right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{T}_{EC} &= T_{EC} \frac{\vec{r}_C - \vec{r}_E}{|\vec{r}_C - \vec{r}_E|} \\ &= T_{EC} \frac{-6\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}}{7} \\ &= T_{EC} \left(-\frac{6}{7}\vec{i} + \frac{3}{7}\vec{j} + \frac{2}{7}\vec{k} \right)\end{aligned}$$

© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۲۲/27

Vector Mechanics for Engineers: Statics

مسئله نمونه 4.8 (ادامه)

$$\Sigma \vec{F} = \vec{A} + \vec{T}_{BD} + \vec{T}_{EC} - (270 \text{ lb})\vec{j} = 0$$

$$\vec{i}: A_x - \frac{2}{3}T_{BD} - \frac{6}{7}T_{EC} = 0$$

$$\vec{j}: A_y + \frac{1}{3}T_{BD} + \frac{3}{7}T_{EC} - 270 \text{ lb} = 0$$

$$\vec{k}: A_z - \frac{2}{3}T_{BD} + \frac{2}{7}T_{EC} = 0$$

$$\Sigma \vec{M}_A = \vec{r}_B \times \vec{T}_{BD} + \vec{r}_E \times \vec{T}_{EC} + (4 \text{ ft})\vec{i} \times (-270 \text{ lb})\vec{j} = 0$$

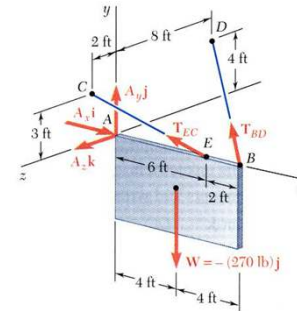
$$\vec{j}: 5.333T_{BD} - 1.714T_{EC} = 0$$

$$\vec{k}: 2.667T_{BD} + 2.571T_{EC} - 1080 \text{ lb} = 0$$

از پنج معادله فوق پنج مجهول را به دست می آوریم:

$$T_{BD} = 101.3 \text{ lb} \quad T_{EC} = 315 \text{ lb}$$

$$\vec{A} = (338 \text{ lb})\vec{i} + (101.2 \text{ lb})\vec{j} - (22.5 \text{ lb})\vec{k}$$



• شرایط تعادل استاتیکی را می نویسیم:

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالبشری

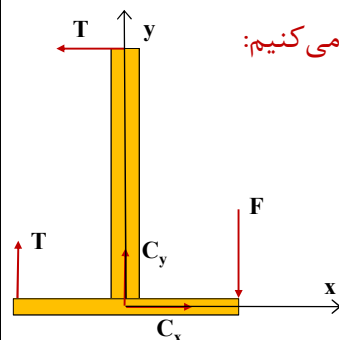
© 2007 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

4 - ۲۳/27

مثال:

صرفنظر از اصطکاک، کشش در کابل ABD، و عکس العمل‌ها در تکیه‌گاه C را به دست آورید.

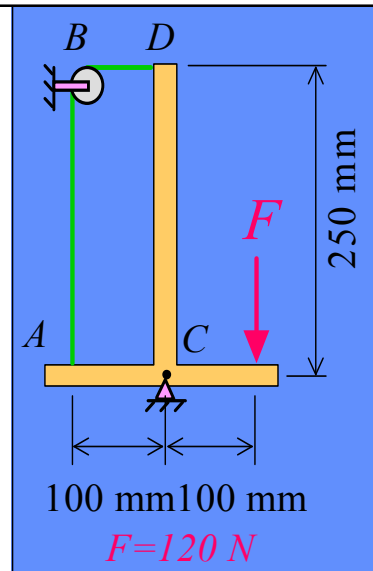
ترسیمه آزاد را رسم می کنیم:



$$120(100) + T(100) = T(250) \rightarrow T = 80 \text{ N}$$

$$\Sigma F_x = 0 \rightarrow T - C_x = 0 \rightarrow C_x = 80 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \rightarrow T + C_y = 120 \rightarrow C_y = 120 - 80 = 40 \text{ N}$$



4 - ۲۴/27

فنرها

یک عضو سازه‌ای ساده فنر است. کابل‌ها، طناب‌ها، میله‌ها، و سایر اعضای سازه‌ای را اغلب به شکل فنری ایده‌آل سازی می‌کنند. فنرها وقتی کشیده یا فشرده می‌شوند تولید نیرو می‌کنند.

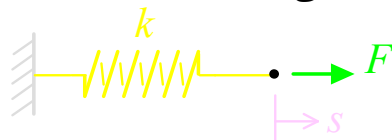
• یک فنر **خطی** نیرویی **متناسب** با کشیده شدنش بوجود می‌آورد.

• یک فنر **الاستیک**، بعد از برداشتن نیرو به حالت اولیه‌اش برمی‌گردد.

گردآوری و تنظیم: محمدحسین ابوالیشری

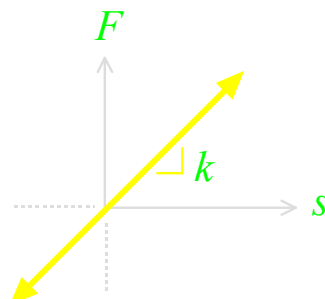
4 - ۲۰/27

قانون فنر الاستیک خطی



$$F = k s$$

$$= k (L_{\text{final}} - L_{\text{initial}})$$



F = force supported by spring

$F > 0$ tension

$F < 0$ compression

s = stretch of spring ($s = 0$ is the unstretched position)

s = final length – initial length

$s > 0$ extension

$s < 0$ contraction

k = spring stiffness

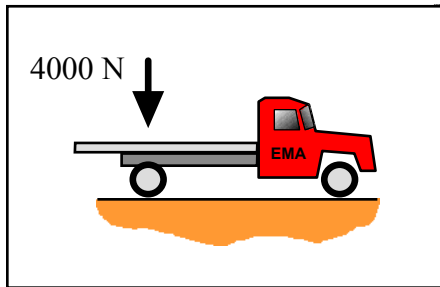
units: (force/length) ..or..

(force/displacement)

4 - ۲۶/27

مثال:

یک کامیون نباید با بار ۴۰۰۰ نیوتن نباید بیش از ۸ میلیمتر پایین بیاید. مینیمم سختی فنرهای تعلیق را به دست آورید. فرض می‌شود کل بار روی محور عقب وارد می‌شود که دو فنر دارد.



حل:

$$\begin{aligned} F &= 4000 \text{ N for two springs} \\ &= 2000 \text{ N for one spring} \end{aligned}$$

$$F = k s$$

$$\begin{aligned} k &= F / s \\ &= 2000 \text{ N} / 8 \text{ mm} \\ &= 250 \text{ N/mm} \quad \leftarrow \end{aligned}$$

(so, need $k \geq 250 \text{ N/mm}$)