

نکاتی در مورد ریاضی نویسی

محمد صالح مصلحیان و مجید میرزاوزیری*

درست‌نویسی مهارتی است که هر فرد می‌تواند آن را فرا گیرد تا ایده‌های علمی خود را بهتر منتقل نماید، به دیگران در درک آنها کمک کند و نیز ایده‌های خویش را برای رجوع به آنها در آینده حفظ نماید. در این نوشتار بر اساس تجارب نویسندگان بعضی از ملاحظات ویراستاری مربوط به اصطلاحات ریاضی و نمادگذاری مورد توجه قرار می‌گیرد. این موارد جنبه پیشنهادی دارد و ممکن است مورد توافق همه نباشد.

(۱) دقت، عموماً باعث تفهیم بهتر متن و تسریع درک آن می‌شود. متأسفانه گاهی اوقات آن قدر دقت در نگارش ریاضی کاهش می‌یابد که مثلاً نویسنده از نماد $f(x) : A \rightarrow A$ به جای $f : A \rightarrow A$ استفاده می‌کند و یا تفاوتی بین f و $f(x)$ قائل نمی‌شود. بعضی از ویراستاران پیشنهاد می‌کنند هنگام معرفی یک تابع به جای $f(x) = x^2 + 1$ از $f(x) = x^2 + 1$ یا $x \mapsto x^2 + 1$ استفاده شود.

(۲) باید از نوشتن جملات ناقص پرهیز نمود مثلاً به جای « $x^2 + 2x + 1 = 0$ که با حل $(x+1)^2 = 0$ داریم» بهتر است نوشته شود « $x^2 + 2x + 1 = 0$ یا $(x+1)^2 = 0$ که با حل آن داریم $x = -1$ »

(۳) حتی المقدور باید از نمودار و شکل مانند نمودار ون در مجموعه‌ها، پیکان‌ها در نظریه رسته‌ها، شکل منحنی‌ها در ریاضی عمومی و ... استفاده نمود. متأسفانه در نوشتارهای ریاضی به اهمیت شکل در درک سریع‌تر و راحت‌تر مفاهیم کمتر توجه می‌شود. این امر آن قدر مهم است که بعضی معتقدند یکی از مشخصه‌های یک کتاب خوب آن است که هر صفحه آن یک تصویر داشته باشد. (۴) مرسوم است نویسنده یک مقاله، از واژه ما و فعل جمع یا فعل مجهول در بیان ایده‌های خود استفاده کند مانند «ما در این مقاله نشان می‌دهیم» یا «در این مقاله نشان داده شده است».

(۵) تا حد امکان باید از کلمه trivial، به معنای بدیهی، اجتناب کرد زیرا بعضی روابط واقعاً بدیهی نیستند. بهتر است از اصطلاحات مقدماتی، ساده و در موارد مشکل‌تر از عبارت «چندان سخت نیست که ...» (It is not hard ...) استفاده شود.

(۶) عده‌ای از ویراستاران معتقدند نویسندگان باید حتی الامکان از به کار بردن نمادهای منطقی $\exists, \forall, \Leftrightarrow, \Rightarrow, \Leftarrow, \Leftarrow$ به‌عنوان جانشین عبارات فارسی یا انگلیسی در مقاله‌های ریاضی (که به منطق مربوط نیستند) اجتناب ورزند.

(۷) اگر با اضافه کردن یک یا دو جمله به متن، به خواننده درک بهتر متن و فهم فرمول، کمک می‌شود بهتر است از انجام این کار در ریخ نوزیم.

(۸) نمادگذاری در ریاضیات جانشین جملات زبان روزمره نیست، بلکه چیزی است که به درک بهتر و ساده‌تر ریاضیات کمک می‌کند. در واقع نمادها به نمایش فرمول‌های پیچیده یا عبارات طولانی کمک نموده، ما را از تکرار آنها بی‌نیاز می‌سازند.

(۹) نمادگذاری باید تا حد امکان ساده باشد. مثلاً در آنالیز ریاضی وقتی یک تابع حافظ فاصله از فضای متریک X به فضای متریک Y وجود دارد، هر نقطه $x \in X$ با تصویرش $f(x) \in f(X)$ یکی گرفته می‌شود و به‌ویژه X را زیرمجموعه‌ای از Y تلقی می‌کنند. هم‌چنین هنگامی که با یک زیردنباله $\{x_n\}$ از یک دنباله مفروض $\{x_n\}$ سروکار داریم می‌توانیم اصطلاحاً با گذر به زیردنباله و اندیس‌گذاری مجدد، آن را به صورت $\{x_n\}$ نمایش دهیم.

(۱۰) نمادگذاری باید مناسب و متناسب باشد. مثلاً در بحث فضاهای برداری بد نیست که از حروف کوچک x, y, z برای نمایش اعضای مجموعه‌ها، از X, Y, Z برای مجموعه‌ها و از α, β و γ برای نمایش اعداد استفاده گردد. بهتر است نوعی توالی الفبایی به کار برده شود. مثلاً اگر تابعی را f نامیده‌ایم، بهتر است دو تابع بعدی را g و h بنامیم. هم‌چنین اگر با دو مجموعه A و B سروکار داریم، اعضای اولی را a_1, a_2, \dots و اعضای دومی را b_1, b_2, \dots نامگذاری کنیم.

(۱۱) فرمول‌ها و نمادهای ریاضی علی‌القاعده باید به صورت ایتالیک در متن ظاهر شوند، اما استثناهایی وجود دارد: اولاً - عباراتی مانند $\log, \sin, \cos, \lim, \max, \sup, \dots$ و اساساً هر عبارتی با حداقل دو حرف که یک کمیت را نشان دهد باید به صورت معمولی و غیرایتالیک ظاهر شود. زبان برنامه‌نویسی LaTeX اجازه می‌دهد با گذاشتن خط مورب \ در پشت این عبارات، آنها را به صورت معمولی نمایش دهیم. ثانیاً - بعضی از حروف به کار رفته برای اسامی خاص معروف بهتر است به صورت معمولی نمایش داده شوند مانند d در عبارت دیفرانسیلی dx ، عدد نپر e ، واحد موهومی i ، حرف B در گوی $B_r(x)$ و ...

(۱۲) بهتر است به جای این که قضیه‌ها، نتیجه‌ها، تعریف‌ها و غیره جداگانه شماره‌گذاری شوند، به همه آنها به ترتیب ظاهر شدن در متن، شماره داده شود. پس مثلاً تعریف ۵.۳ قبل از مثال ۵.۴ و نتیجه ۶.۲ بعد از قضیه ۶.۱ ظاهر می‌شوند. به این ترتیب پیدا کردن یک قضیه، تعریف یا ... در متن ساده‌تر و راحت‌تر خواهد بود. (۱۳) اصطلاحات ناتهی، نامنفی، ناهمبند و ... را به کار می‌بریم. ولی استفاده از اصطلاح نانزولی (nondecreasing) به جای صعودی (increasing) که در برابر اصطلاح اکیداً صعودی (strictly increasing) به کار می‌رود بسیار گمراه‌کننده است. بهتر است از همان اصطلاحات متداول صعودی و اکیداً صعودی استفاده شود. هم‌چنین بهتر است این اصطلاحات را با فعل منفی به کار ببریم مگر تأکیدی در کار باشد. مثلاً «ناتهی نیست» خواننده را گیج می‌کند و بهتر است «تهی است» گفته شود.

(۱۴) کاربرد اضافی کلمات گاهی موجب اغتشاش فکر می‌شود. مثلاً استفاده از عبارت «مؤلفه همبند» در توپولوژی بسیار نامناسب است، زیرا بنا به تعریف، یک مؤلفه، یک زیرمجموعه همبند بیشین است. مگر تأکیدی در کار باشد، مثلاً «مؤلفه همبند» در برابر «مؤلفه همبند مسیری».

(۱۵) یک اصطلاح ممکن است در متن‌های مختلف به چند معنا به کار رود. مثلاً خم (curve) ممکن است یک زیرمجموعه، یک نگاشت، و یا یک رده از نگاشت‌های پارامتری شده تلقی شود.

«با ذکر یک مثال بررسی کنید» تلقی می کنند. از این رو پیشنهاد می شود نویسنده ساده ترین کلمات را برای بیان مطلب خود برگزیند حتی اگر دچار استفاده تکراری از کلمات شود. به هر حال آنچه مهم است این است که طوری بنویسیم تا مطالب پیچیده به نظر خواننده ساده شود. البته زیبایی در نوشتن بسیار مهم است ولی نه تا آن حد که سادگی را فدای آن کنیم.

(۲۳) روابط ریاضی مانند $<$ و $=$ در عباراتی شامل همچون $2 < 4$ یا $2 < 5$ به عنوان فعل تلقی می شوند و نیازی به ذکر فعل نیست. پس $2 < 4$ خوانده می شود: « 2 کوچکتر از 4 است.» و نوشتن « $2 < 4$ است.» غلط به نظر می رسد.

(۲۴) معمولاً بعد از عبارات «داریم»، «بنابراین»، «لذا» و نظایر اینها از دو نقطه «:» استفاده نمی شود. استفاده از دو نقطه «:» بسیار محدود و مثلاً قبل از شمارش موارد مختلف یک چیز است مانند «شرایط زیر معادلند: ...»

(۲۵) می توانیم از «ی» نکره بعد از حروف لاتین که نمایش شیء ریاضی هستند استفاده کنیم، مانند « z ی وجود دارد که $1 - 2z > z^2$ ». اما باید دقت کرد که نحوه تلفظ متغیر مورد بحث در استفاده از «ی» یا «بی» اهمیت دارد. مثلاً می نویسیم « x ی و a بی وجود دارد که ...». همچنین می توان از عبارات «ام» یا «امین» برای اعداد ترتیبی استفاده کرد مانند « m امین عدد اول» یا «جمله n ام چند جمله ای ...».

(۲۶) بهتر است فرمولهای اساسی که به آنها ارجاع داده می شود در سطر مستقل و ترجیحاً در وسط سطر نوشته شوند.

1. A few tips on how to write mathematics:
http://www.math.ups.edu/~bryans/Current/PDF/MTHWRT_97.PDF
2. How to Write Mathematics:
http://www.xaravve.trentu.ca/mascot/handbook/SEC_write.pdf
3. How to write a (hopefully good) paper
<http://www.ifp.uius.edu/~hanguyen/goodpaper.pdf>
4. Leonard Gillman. Writing mathematics well. mathematical Association of America, 1987. ISBN 0-88385-443-0.
5. Steven G. Krantz. A primer of mathematical writing. American Mathematical Society 1997. ISBN 0-8218-0635-1.

خبرنامه: در دهه ۸۰ میلادی، اعضای کمیته انتشارات جامعه ریاضی آمریکا (MAA) لزوم تهیه راهنمای جامعی برای نویسندگان مقاله برای مجله های MAA را تشخیص دادند و جزوهای به این منظور تدوین کردند. خبرنامه انجمن ریاضی ایران با هدف تهیه راهنمایی جهت نگارش مقاله های فارسی بخش هایی از جزوه مزبور را در سه شماره ۳، ۴ و ۵ سال ۱۳۷۵ تحت عنوان «خوب نوشتن ریاضیات» با ترجمه شیوا خانم سپیده چمن آرا درج نمود.

بهر است بسته به سطح آموزش، یکی از آنها انتخاب شود.
(۱۶) حرف انگلیسی l و عدد یک غالباً با یکدیگر اشتباه می شوند. برای ایجاد تفاوت بهتر است از دستور ℓ که نمایش آن به صورت ℓ است استفاده شود.

(۱۷) از ابروها برای نمایش مجموعه ها و نیز دنباله ها استفاده می شود. در این صورت خواننده ممکن است دچار مشکل شود یعنی نمی داند $\{x_n\}$ مجموعه تک عضوی متشکل از x_n است یا دنباله x_1, x_2, \dots . به همین ترتیب فرد ممکن است نداند $\{x_n : n \in \mathbb{N}\}$ یک مجموعه است یا یک دنباله. برای اجتناب از این امر، بعضی از نویسندگان از نماد (x_n) یا $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ کمک می گیرند.

(۱۸) بعضی نویسندگان وقتی A زیرمجموعه B است، از نماد $A \subset B$ استفاده می کنند زیرا معتقدند که به ندرت از مفهوم زیرمجموعه سره استفاده می شود. اما با توجه به این که \subseteq همچون \leq در اعداد یک رابطه ترتیب جزئی است، بهتر است از $A \subseteq B$ به جای $A \subset B$ استفاده گردد.

(۱۹) اگر $f : X \rightarrow Y$ یک تابع باشد، $A \subseteq X$ و $B \subseteq Y$ آنگاه $\{f(x) : x \in A\}$ را نقش A تحت f و $\{x : f(x) \in B\}$ را نقش معکوس B تحت f می خوانند. بعضی نویسندگان آن ها را به ترتیب با $f(A)$ یا $f(B)$ نمایش می دهند و بعضی معتقدند که چون ممکن است فردی با دیدن f^{-1} تصور کند که f معکوس پذیر است، برای اجتناب از این سوء تفاهم، از $f^p(B)$ برای نقش معکوس B تحت f استفاده می کنند. بعضی نیز $f[A]$ و $f^{-1}[B]$ را برای نمایش این مجموعه ها به کار می برند.

(۲۰) بهتر است عبارات ریاضی متفاوت که پشت سر هم آمده اند با کلمه ای غیر ریاضی از هم جدا شوند. مثلاً در بیان خاصیت ارشمیدسی اگر بنویسیم «به ازای هر $r > 0$ ، n ی هست که ...» ممکن است این تصور را برای خواننده ایجاد کند که n عدد حقیقی و نه لزوماً طبیعی است. در صورتی که اگر بنویسیم «به ازای هر $r > 0$ ، عدد طبیعی n ی هست که ...» به دلیل وجود عبارت «عدد طبیعی» بین عبارت ریاضی $r > 0$ و عبارت n ، ابهام در خواندن از بین می رود.

(۲۱) جملات را نباید طوری بنویسیم که نحوه خواندن آن ها در درک مطلب تأثیر بگذارد. مثلاً جمله «همه توابع پیوسته نیستند» می تواند با دو تعبیر «به ازای هر تابعی، آن تابع ناپیوسته است» و «چنین نیست که همه توابع پیوسته هستند» خوانده شود. البته ممکن است این مطلب که این جمله دو برداشت متفاوت را در ذهن ایجاد می کند از نظر اهل ادب ابهام تلقی گردد و مزیتی برای آن باشد ولی در جملات علمی باید ساده و روشن بنویسیم تا ساده و روشن درک گردد.

(۲۲) برخی معتقدند که کاربرد کلمات تکراری در یک متن از لطف ادبی آن می کاهد و لذا مثلاً به جای استفاده از عبارت «اثبات کنید»، عبارت «نشان دهید» را به کار می برند. اما این کار گاهی اوقات باعث می شود خواننده دچار این سردرگمی شود که شاید این کلمات از لحاظ فنی متفاوت باشند و معانی مختلفی در منطق داشته باشند. بسیار دیده شده است که خوانندگان «اثبات کنید» را به معنی «دلیل منطقی بیاورید» و نیز «نشان دهید» را به معنی