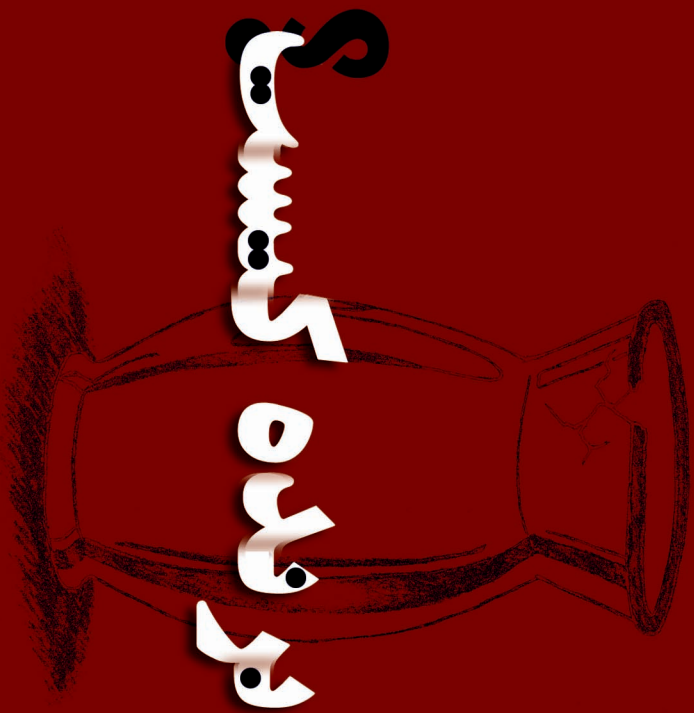


برنده کیست؟

محمد صادق عامر پایهان . محمد سال مصلاحیان



برنده کیست؟

نگارشی علمی به انتخابات

محمد سال مصلاحیان

محمد صادق عامر پایهان

Who is the winner?



M.S. Amer Payhan

M.S. Mostehian (Ph.D.)

فهرست

۱	مقدمه
۵	۱: تاریخچه نظریات انتخاباتی
۱۱	۲: برگه‌های رأی و ماشین‌های رأی‌گیری
۱۱	قبل از برگه‌های رأی
۱۴	اولین برگه‌های رأی
۱۶	برگه‌های کاغذی رأی
۲۰	برگه‌های رأی استرالیایی
۲۶	ماشین‌های مکانیکی اهرمی
۳۰	کارت پانچ برای انتخابات
۳۹	اسکنرهای نوری و غیرنوری حساس به علائم
۴۰	اسکنرهای شمارش مرکزی ES&S 150 و ES&S 550
۴۲	عقاب اُپتک
۴۴	ماشین‌های ذخیره‌ی مستقیم رأی
۴۴	الکترووُت ۲۰۰۰ (فیدلار)
۴۶	میکرووُت
۴۹	۳: روش‌های تعیین برنده‌ی انتخابات (روش‌های تک‌برنده)
۵۰	روش‌های فاقد ترتیب یا بدون امتیازبندی

۵۰	روش اکثریت (اکثریت نسبی)
۵۱	روش اکثریت مطلق قاطع
۵۲	روش اکثریت مطلق ساده
۵۳	روش اکثریت مطلق دوسوم
۵۴	روش دو دور حذفی
۵۴	روش رأی توافقی
۵۸	روش‌های دارای ترتیب یا امتیازبندی
۵۸	روش بوردا
۶۴	روش حذفی دوری (رأی تناوبی، خرگوش صحرائی)
۶۸	رخنه‌ها و اشکالات روش حذفی دوری
۶۸	سازش
۶۸	عدم انتخاب مناسب‌ترین
۶۹	رسیدگی پرخرج به شکایات
۷۰	روش‌های کندرسه
۷۵	روش مینی مکس (مکسی مین، حذف ترتیبی /پی درپی، برگشت پی درپی، سیمپسون)
۷۹	روش مجموعه‌ی کمترین برندگان (مجموعه‌ی اسمیت) + مینی مکس
۸۱	اجتماع مجموعه‌های کمترین بازندگان (مجموعه‌ی شوارتز)
۸۳	روش حذفی دوری شوارتز

۸۵	روش مسیر غالب (روش شبه حذفی دوری شوارتز)
۹۱	روش جفت‌های امتیازی
۹۸	روش‌های دیگر کندرسه
۹۹	روش رینود
۹۹	روش داگسون
۹۹	روش کمینی
۱۰۰	روش‌های دیگر تک برنده
۱۰۵	۴ : روش‌های تعیین برنده‌ی انتخابات (تعمیم روش‌های تک برنده به چندبرنده)
۱۰۶	روش‌های فاقد ترتیب یا بدون امتیازبندی
۱۰۶	اکثریت نسبی
۱۰۷	اکثریت مطلق
۱۰۷	دو دور حذفی
۱۰۸	روش رأی توافقی
۱۰۸	روش‌های دارای ترتیب یا امتیازبندی
۱۰۸	روش بوردا
۱۰۹	روش‌های کندرسه
۱۱۱	۵ : پارادوکس‌های انتخاباتی
۱۱۹	۶ : ملاک‌های عادلانه بودن انتخابات
۱۲۰	ملاک کندرسه

۱۲۱	ملاک وفق
۱۲۱	ملاک تسلیم علاقه
۱۲۲	ملاک کندرسه‌ی تعمیم یافته یا اسمیت
۱۲۲	ملاک استقلال از تغییر نامزدها
۱۲۳	ملاک یکنواختی
۱۲۴	ملاک مشارکت
۱۲۴	ملاک استقلال از استراتژی
۱۲۴	ملاک تعمیم یافته‌ی استقلال از استراتژی
۱۲۵	ملاک بهره‌وری پارتو
۱۲۷	۷: قضیه‌ی عدم امکان آرو
۱۳۹	منابع و مؤاخذ

مقدمه

ریاضیات علاوه بر نقش اساسی که در علوم تجربی ایفا می‌کند در توسعه‌ی روشهای علوم انسانی نیز مؤثر است. از نظر ریاضی دلایل مختلفی برای تحلیل انتخابات و بررسی انواع شیوه‌های رأی‌دادن وجود دارد: توصیف آنچه در عمل اتفاق افتاده است و آرایه یک مدل ریاضی برای آن، مطالعه‌ی وضعیتهای دیگری که ممکن بود اتفاق بیافتد و آرایه نتایج حاصل، طراحی مدل‌های دیگر رأی‌دادن، حل مشکلات سیستمهای انتخاباتی موجود و ...

در بسیاری از کشورها انتخابات در بسیاری از موقعیتهای به چشم می‌خورد: انتخاب رئیس‌جمهور، انتخاب اعضای شورای شهر، انتخاب فیلم برتر در یک جشنواره، انتخاب معلم نمونه، انتخاب اعضای شورای اجرایی انجمن‌های علمی یا

اعضای هیأت مدیره‌ی اتحادیه‌های صنفی و با این حال چگونگی انتخاب نامزدها، نحوه‌ی رأی‌دادن و روش‌های تصمیم‌گیری در شمارش آراء به بررسی‌های نظری و ملاحظات فرهنگی، اجتماعی، اقتصادی و سیاسی وابسته است.

این کتاب درآمدی به بررسی نقش ریاضیات در مطالعه‌ی سیستم‌های انتخاباتی است. مؤاخذ اصلی این کتاب صفحات گوناگون وب روی شبکه اینترنت هستند و لذا می‌توان آن را کتابی مبتنی بر وب تلقی نمود. کتاب از ۷ فصل تشکیل شده است:

فصل اول تاریخچه‌ی نظریات انتخاباتی را در برمی‌گیرد. فصل دوم با نگرشی تاریخی به بررسی روند تغییرات برگه‌های انتخاباتی و ماشینهای رأی‌گیری پرداخته است. در فصل‌های سوم و چهارم، روشهای تعیین برنده‌ی انتخابات در انتخابات تک برنده و چند برنده به تفصیل مورد بحث قرار گرفته است. در این فصل استدلال کرده‌ایم که روش بوردا تنها روشی است که به طور همزمان تمام اطلاعات موجود آراء را به کار می‌برد؛ به نظر می‌رسد که این روش و روش توافقی از بقیه روش‌ها در تعیین برنده کارآمدتر هستند.

چند پارادوکس مشهور انتخاباتی در فصل پنجم مطالعه شده‌اند. در این فصل با مثالی نشان داده‌ایم که پس از یک رأی‌گیری با اعمال الگوریتم‌های مختلف اعلام برنده، ممکن است نتیجه‌های متفاوت به دست آید به طوری که گرچه اوراق رأی تغییر نمی‌کنند، اما هر یک از نامزدها ممکن است برنده محسوب شوند.

ملاک‌های عادلانه بودن انتخابات در فصل ششم و اثباتی جالب از قضیه‌ی آرو در فصل هفتم آمده‌اند. قضیه آرو بیان می‌کند که با حداقل سه نامزد و حداقل دو رأی‌دهنده هیچ مکانیسم فاقد تناقض و صادق در پنج اصل موضوع، که مفهوم عدالت را در انتخابات به دست می‌دهند، وجود ندارد.

این کتاب حاصل پروژه‌های تحقیقاتی در گروه ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد است که می‌تواند نقطه‌ی شروعی برای تحقیقات علمی گسترده‌تر راجع به انتخابات در حوزه‌ی کاربرد ریاضیات در مطالعات علوم انسانی باشد.

در پایان لازم می‌دانیم از آقایان دکتر رضایی و دکتر احمدی و نیز آقای دکتر میرزاویزی به خاطر پیشنهادات سازنده‌شان تشکر کنیم. همچنین پیشاپیش از خوانندگان نکته‌سنجی که اشتباهات و نقاط ضعف احتمالی کتاب را به نگارندگان متذکر خواهند شد صمیمانه سپاسگزاریم.

دکتر محمد صالح مصلحیان

عضو هیئت علمی دانشکده‌ی ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد

<http://www.um.ac.ir/~moslehian/>

محمد صادق عامر پایهان

۱

تاریخچه‌ی نظریات انتخاباتی

شاید نتوان تاریخ دقیقی برای شروع روند انتخاب و انتخابات تعیین کرد، ولی بررسی‌های تاریخی نشان می‌دهد که اولین نمونه‌های انتخابات در یونان باستان اتفاق افتاده است.

در ۵۰۸ ق.م. اولین نظریه‌ی انتخابات توسط سولستینیس^۱ در یونان به اجرا گذاشته شد. طبق این روش هر رأی‌دهنده، به سیاستمداری که بیشتر از همه مایل به تبعید او بود، رأی می‌داد. نحوه‌ی این رأی‌گیری طبق یافته‌های تاریخی به این گونه بوده است که برای هر سیاستمدار کوزه‌ای به اندازه‌ی کافی بزرگ در نظر گرفته می‌شد و سپس رأی‌دهندگان با انداختن توپ‌هایی ساخته شده از خاک رس با رنگ‌های مشخص به داخل کوزه‌ها، به افراد رأی می‌دادند. اگر تعداد آراء یک

۱- Cleisthenes

سیاستمدار به بیش از ۶۰۰۰ رأی می‌رسید، او را برای ده سال از یونان تبعید می‌کردند، و چنان‌چه هیچ‌کس لاقفل ۶۰۰۰ رأی به دست نمی‌آورد، همگی بر سر کارشان باقی می‌ماندند.

شهر ونیز^۲ در قرن سیزدهم میلادی ساخته شده است و در همان زمان برای انتخاب اعضای مجلس اعظم که تعدادشان چهل نفر بوده و بعداً در میانه‌های قرن به شصت نفر هم رسیده‌است، از روش‌های گوناگون انتخابات و شمارش آراء استفاده می‌کرده‌اند. اما آن‌چه مهم است، ابداع روش جدیدی در شمارش آراء و انتخابات به نام رأی توافقی توسط آن‌هاست. در این روش رأی‌دهنده به هر یک از نامزدهای مورد علاقه‌ی خود فقط یک رأی داده و به مابقی هیچ رأیی نمی‌دهد، و در این صورت، برنده کسی است که بیشترین رأی را کسب نماید.

خوب است قبل از این‌که به ادامه‌ی بحث پردازیم، این سؤال را مطرح کنیم که آیا همین دو روش ساده‌ی بالا، انتخاباتی عادلانه را برقرار می‌سازند؟ جواب این سؤال وابسته به این است که عادلانه بودن را چگونه تعریف کنیم و چه شرایطی را برای عادلانه بودن انتخابات تعیین نماییم. آن‌چه به نظر می‌رسد این است که چنین تعریفی بدون توجه به تعداد نامزدها و تعداد سمت‌هایی که می‌خواهیم افرادی را برای آن‌ها برگزینیم و نیز شیوه‌ی رأی‌گیری، بی‌مفهوم خواهد بود.

به عنوان مثال شاید بتوان گفت که سه شرط ذیل، زمانی که رقابت بین دو نامزد برای انتخاب یکی از آن‌ها باشد، بستر مناسبی برای عدالت فراهم می‌کند.

- تمام رأی‌دهندگان، از نظر رأی، دارای امکانات یکسانی باشند.
- هر یک از نامزدها، از نظر ارزش در رأی‌گیری، در مرتبه‌ی مساوی با دیگر نامزدها باشد.
- در همه‌ی روش‌های تعیین برنده، نامزد برنده یکسان باشد.

اما برای نشان دادن این‌که روشی وجود دارد که در این سه اصل صدق می‌کند، ریاضیات بهترین زبان و موجه‌ترین وسیله است. کنت می^۳ در سال ۱۹۵۲ میلادی نشان داد که تنها روشی که در سه اصل بالا صدق می‌کند، روشی است که در آن هر رأی‌دهنده به نامزد مورد علاقه‌ی خود، تنها یک رأی بدهد.

حال چنانچه تعداد نامزدها افزایش یابد، تعاریف گوناگون و روش‌های متفاوتی برای عادلانه بودن می‌توان ارائه کرد.

للول^۴ در قرن سیزدهم میلادی طرحی ارائه کرد که در آن فردی برنده‌ی انتخابات بود که در رویارویی مستقیم با هر یک از نامزدها، از آن‌ها برتر باشد. او این طرح را بر اساس اصول موضوع دقیقی بیان کرد و برای اولین بار در انتخاب رئیس یک صومعه، از این روش و احتمالاً به صورتی متفاوت استفاده کرد. طرح مورد بحث در نوشته‌های نیکلاس کاسایی^۵ که در قرن پانزدهم میلادی می‌زیست به چشم می‌خورد، اما توصیف دقیق آن در دست‌نوشته‌ای که در سال ۲۰۰۱ میلادی کشف شد، وجود دارد.

طرح للول اگر توسط عامه مورد بررسی قرار گیرد، اکثریت اذعان خواهند کرد که انتخاباتی عادلانه را توصیف می‌کند، اما اگر آن‌را به صورت نظری و عملی مورد بررسی قرار دهیم، متوجه خواهیم شد که در اکثر مواقع، این انتخابات هیچ برنده‌ای ندارد.

نیکلاس کاسایی در ۱۴۳۳ میلادی، زمانی که با روش للول آشنا شد، متوجه این نقص اساسی شد و سعی کرد آن‌را با ارائه‌ی روندی متفاوت به یک روش کارا و دارای برنده تبدیل کند. او خود در نوشته‌ای روشش را این‌گونه توصیف می‌کند:

۳- Kenneth May

۴- Llull

۵- Nicolas of Cusa

چنانچه n نامزد برای پادشاهی آلمان وجود داشته باشند، هر رأی دهنده به فردی که کمترین علاقه نسبت به او را دارد، یک رأی، به فرد بعدی دو رأی و به همین ترتیب تا آخرین نفر که بیشترین علاقه را نسبت به او دارد، n رأی می دهد. و در پایان فردی به عنوان پادشاه انتخاب می شود که در این روند بیشترین مجموع رأی ها را به دست آورده باشد.

این روش دارای برنده است و روشی معمول در انتخابات بسیاری از نقاط دنیاست، اما اشکال ظریفی دارد و آن این است که آوردن بیشترین رأی توسط یک فرد به معنی این نیست که بیشترین علاقه مند را نیز داشته است.

روش لول، ۵۰۰ سال بعد توسط کندرسه^۶ در مقاله ای



کندرسه

در کاربرد آنالیز احتمالات در تصمیم گیری اکثریت^۷ که در سال ۱۷۸۵ میلادی انتشار یافت، مورد بررسی قرار گرفت. همچنین این مقاله باعث شد تا کندرسه در جمع تاریخ سازان علم احتمال قرار گیرد. در این مقاله کندرسه به پارادوکس انتخاباتی که بر روش لول بنا شده بود، اشاره می کند (این همان اشکالی است که نیکلاس کاسایی هم به آن برخورد کرده بود). او می گوید اگر سه نامزد

A ، B و C در انتخاباتی که از روش لول استفاده می کند، شرکت کنند و فرض کنیم در رویارویی مستقیم، نامزد A بر B برتری داشته باشد، همچنین B بر C و نیز C بر A ، به دلیل آن که رابطه ی انتخاب شدن توسط اکثریت فاقد خاصیت تعدی است، برای این انتخابات هیچ برنده ای وجود ندارد.

۶- Marquis de Condorcet

۷- *Essai Sur l'application de l'analyse a La probabilité des decisions rendues a la pluralite des voix*



بورد

بورد^۸ که هم‌زمان با کندرسه می‌زیست، متوجه ایراداتی در روش کندرسه و همچنین *لول* شد، به همین دلیل روشی امتیازی، مشابه روش نیکلاس کاسایی ارائه کرد. متأسفانه بین این دو ریاضی‌دان بر سر برتری روش‌هایشان مشاجرات سخت و بی‌نتیجه‌ای در آن زمان در گرفت.

از این پس هر آن‌چه در دنیای انتخابات روی می‌دهد، عمدتاً بسط نظریه‌های قبلی است که در مورد آن‌ها به تفصیل در جای خود بحث خواهیم کرد. همچنین پس از بسط تئوری بازی‌ها، ریاضی‌دانان سعی کردند با توجه به این تئوری به بحث در مورد روش‌های انتخاباتی بپردازند. تا این‌که در سال ۱۹۵۱ میلادی، کنت جی آرو^۹ نشان داد که هیچ روش انتخاباتی وجود ندارد که در عین این‌که انتخاب کلیه‌ی افراد را به انتخاب جامعه تبدیل می‌کند در چهار اصل ابتدایی زیر نیز صدق کند:

❖ از هر انتخابی که توسط افراد انجام می‌شود یک نتیجه‌ی بالقوه قابل حصول باشد.



کنت جی. آرو

❖ اگر تمام رأی‌دهندگان به یک

ترتیب رأی دهند، آنگاه این ترتیب همان ترتیب مجموع آراء باشد.

❖ مجموع آراء وابسته به انتخاب فرد خاصی نباشد.

❖ مجموع آراء به هیچ نحو به نامزدها بستگی نداشته باشد، مگر به وضعیت ترتیب آن‌ها در برگه‌های رأی.

۸- Jean de Charles Borda

۹- Kenneth J. Arrow

لازم به ذکر است که گونه‌های دیگری از این قضیه موجود است که در فصل آخر به شرح یکی از آن‌ها پرداخته‌ایم.

برای جلوگیری از اطاله‌ی کلام به همین حد بسنده نموده و از دیگر تاریخ‌سازان نظریه‌های انتخاباتی یاد نکرده‌ایم. خواننده‌ی علاقه‌مند می‌تواند برای کسب اطلاعات بیشتر به مراجع پایان کتاب مراجعه کند.

۲

برگه‌های رأی و ماشین‌های رأی‌گیری

در این فصل با نگرشی تاریخی به بررسی تکامل برگه‌های رأی و ماشین‌های رأی‌گیری پرداخته‌ایم.

قبل از برگه‌های رأی

گونه‌های انتخابات در عرض ۲۰۰ سال گذشته تغییرات بسیاری کرده‌اند، و وسعت این تغییرات به زیبایی در مقایسه‌ی روش‌های انتخابات امروزی و آن‌چه در نقاشی جورج کالب بینگهام^۱ نشان داده شده، پیداست. در واقع می‌توان گفت بینگهام

George Caleb Bingham - ۱

هم نقاش خوبی بوده است و هم سیاستمداری برجسته. نقاشی، محل رأی‌گیری‌ای را در روی پله‌های حوزه‌ی دادگاه سالین^۲ در ایالت میسوری^۳ در سال ۱۸۴۶ م. نمایش می‌دهد.

در نقاشی، قاضی در بالا و وسط و قسم دهنده‌ای در حال قسم‌دادن رأی‌دهنده‌ی مقابلش قابل مشاهده است. رأی‌دهنده، با دستی به روی انجیل قسم می‌خورد که مستحق رأی دادن است و در این دوره تاکنون این کار را نکرده است. این قسم‌دادن در حقیقت نوعی روش بوده تا از رأی‌دهی مجدد افراد جلوگیری شود، زیرا هیچ روشی در آن زمان برای ثبت رأی‌دهندگان وجود نداشته است.

هیچ قانونی در آن زمان برای حمایت از مخفی بودن رأی افراد وجود نداشته است. رأی‌دهنده به سادگی انتخاب خود را با فریاد اعلام می‌کرد و منشی انتخابات، که در پشت قاضی قرار داشت، حساب آراء داده شده را نگه می‌داشت.

تبلیغات انتخاباتی و مبارزه برای به دست آوردن رأی بیشتر، در محل رأی‌گیری، عملی رایج و حتی قانونی بود. در نقاشی، مردی با پایون، که کلاهش را برای یکی از رأی‌دهندگان برداشته است، نامزدی به نام /یی. دی. ساپینگتون^۴ است که این انتخابات را با اختلاف یک رأی به بینگهام باخت.

اعلام انتخاب به وسیله‌ی صدا، از بعضی تقلب‌ها جلوگیری می‌کرد. یک مشاهده‌کننده به راحتی می‌توانست، حساب انتخابات را نگه دارد و همچنین صندوق رأیی وجود نداشت که رأی‌ها در آن از بین برود یا این‌که به آن آراییی اضافه شود. ولی از طرف دیگر، کمبود حفاظت شخصی برای رأی‌دهندگان، راه را برای ارباب و تطمیع آن‌ها باز می‌کرد. یک کارفرما در مقابل کارگران خود، از آن‌ها رأی مورد نظر خود را می‌خواست یا این‌که شیادی با پول دادن به اشخاص و تحت فشار قراردادن آن‌ها، رأی خود را به دست می‌آورد.

۲- Saline

۳- Missouri

۴- E. D. Sappington



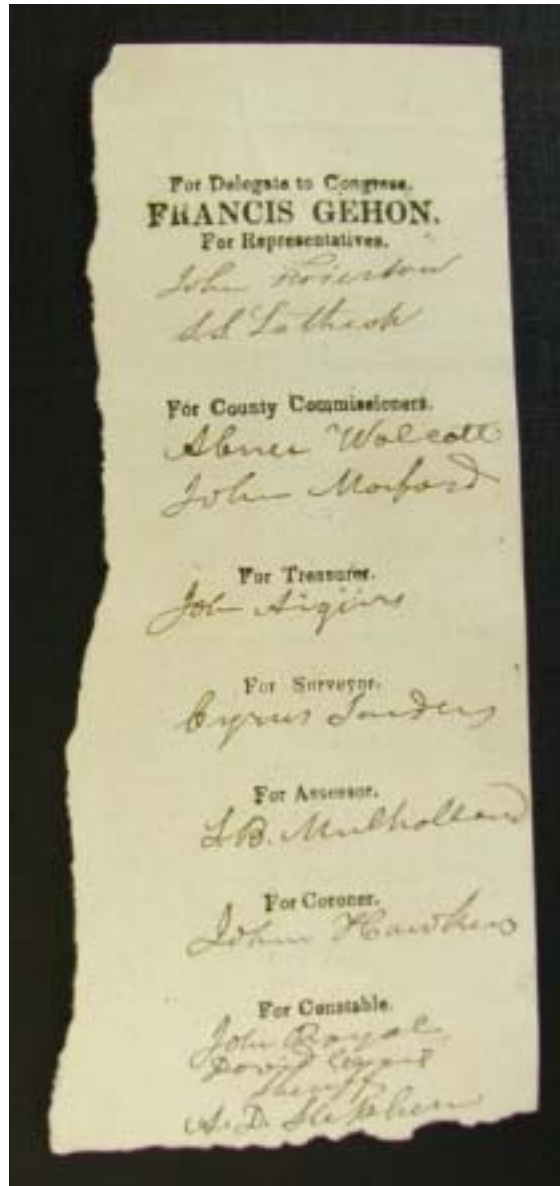
فانسی انتخابات سالین
از جورج کاتب ینگهام

اولین برگه‌های رأی

کلمه‌ی ballot در انگلیسی به معنای رأی یا برگه‌ی رأی است و از شکل تغییر یافته‌ی کلمه‌ی توپ در ایتالیایی (ballota) مشتق شده است. دلیل این استفاده این است که، در آتن باستان رأی به وسیله‌ی توپ‌های گلی کوچکی داده می‌شد و هر رأی‌دهنده با انداختن توپ‌هایی به رنگ‌های خاص در کوزه‌های مربوط به هر یک از نامزدها به آن‌ها رأی مورد نظر خود را می‌داد.

یکی از مشتقات این کاربرد کلمه‌ی blackball به معنی رأی سیاه یا شکست در انتخابات است. این اصطلاح از آن‌جا ناشی شده که در آتن افراد برای ورود به انجمن مخفی نیاز داشتند توسط اعضای فعلی مورد قبول قرار گیرند، به همین دلیل برای هر فرد جدید که مایل به عضویت در این انجمن بود، کوزه‌ای در نظر می‌گرفتند و نیز در اختیار اعضا به اندازه‌ی کافی گلوله‌هایی از گل رُس به رنگ‌های سفید و سیاه، قرار می‌دادند. سپس هر عضو به نامزدهای متقاضی پذیرفته شدن در انجمن با یک گلوله‌ی سیاه رأی رد یا با یک گلوله‌ی سفید رأی قبول می‌داد. پس از رأی‌گیری کسانی که تعداد گلوله‌های سیاهشان بیش از تعداد گلوله‌های سفیدشان بود، رأی سیاه گرفته و از عضویت محروم می‌شدند.

این روند رأی‌گیری حتی در اواخر قرن نوزدهم میلادی نیز نظر بسیاری از سازندگان ماشین‌های رأی‌گیری را جلب کرده بود، به گونه‌ای که آن‌ها سعی می‌کردند تا روند کار ماشین‌هایشان را طوری سازمان‌دهی کنند که در واقع نمونه‌ای شبیه سازی شده از گلوله و کوزه باشد.



شکل ۱-۲

برگه‌های کاغذی رأی

اولین استفاده از کاغذ رأی به سال ۱۳۹ ق.م. در رُم مربوط می‌شود. در ایالات متحده‌ی آمریکا نیز در سال ۱۶۲۹ م. برای انتخاب کشیش کلیسای سالِم^۵ از کاغذ استفاده شد.

در دوازدهمین اصلاحیه‌ی قانون اساسی ایالات متحده‌ی آمریکا تصریح شده است که باید برای جمع‌آوری آراء از کاغذ استفاده شود. برگه‌های کاغذی گفته شده در قانون در ابتدا اغلب توسط خود افراد تهیه می‌شد، اما آرام آرام رسم شد که نامزدهای انتخابات یا احزاب سیاسی، برای تبلیغ، این برگه‌ها را در اختیار مردم قرار دهند. آن چه در شکل ۲-۱ نشان داده شده، یک نمونه از برگه‌های رأی است که توسط فرانسیس گهن^۶، نامزدی نمایندگی در مجلس ایالات متحده‌ی آمریکا در سال ۱۸۳۹ م. در ایالت آیوا^۷ تهیه شده است. از روی وضع کناره‌ها و برش آن‌ها می‌توان پی‌برد که احتمالاً این برگه به عنوان تبلیغی در روزنامه‌ی محلی چاپ شده و در اختیار مردم قرار گرفته است. در این برگه می‌توان نام فرانسیس گهن را به صورت چاپ شده برای سمت گفته شده دید در حالی که مکان‌هایی خالی برای مابقی سمت‌ها در نظر گرفته شده است، به غیر از سمت کلانتری که فرد رأی‌دهنده ظاهراً خود، آن را در پایین‌ترین منطقه‌ی برگه نوشته است.

این شکل از برگه‌ها اعاده‌ی بعضی حقوق رأی‌دهندگان در مورد شخصی بودن رأیشان را مشکل می‌کرد. برای حفظ حریم شخصی آراء، باید به رأی‌دهنده اجازه داده می‌شد تا خودش برگه را به درون صندوق بیندازد، اما این باعث می‌شد تا افرادی سودجو با مستی برگه‌ی رأی به پای صندوق بیایند و همه‌ی آن‌ها را درون صندوق بریزند، و باعث مخدوش شدن آراء صندوق گردند. همچنین اگر فردی را برای بررسی برگه‌ها برگزینیم، آن فرد ممکن است آراء افراد را آشکار کند یا این که با

۵- Salem

۶- Francis Gehon

۷- Iowa

نقشه‌ای زیرکانه با جانشین کردن بعضی برگه‌ها به جای بعضی دیگر، جهت آراء را به سمت مورد نظر خود تغییر دهد.

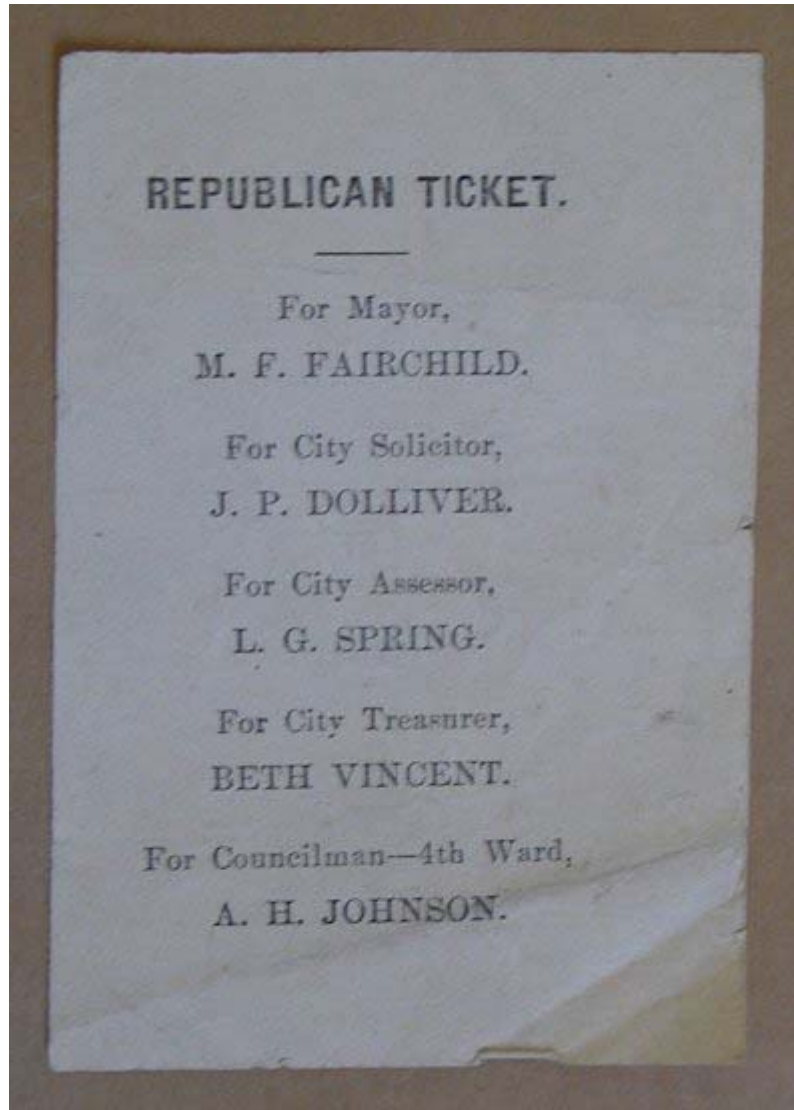
پس از چندی احزاب و گروه‌ها متوجه شدند که با تعیین رنگ، شکل و فرم خاصی برای برگه‌های گروه خود می‌توانند در هنگام رأی‌گیری به آراء خود و دیگران پی‌برند، که این مطلب هم هیچ منافاتی با قانون نداشت.

با وجود این اشکالات، این نوع رأی‌گیری تا اواخر قرن نوزدهم میلادی مورد استفاده بود. در اواسط قرن نوزدهم میلادی، رایج بود که احزاب سیاسی با چاپ بلیط‌های حزب به عنوان برگه‌های رأی، که در آن‌ها نام افراد مورد تأیید حزب برای هر سمت نوشته شده بود، به رأی‌دادن روند خاصی دهند. بلیط نشان داده شده در شکل ۲-۲، بلیط حزب جمهوری خواه محلی برای انتخابات شهرداری‌هاست.

در این دوره رأی‌دهندگان مجاز بودند تا برگه‌های رأی خود را به صورت دست‌نویس ارائه کنند، اما احزاب آن‌ها را تشویق می‌کردند تا از بلیط‌های حزب به عنوان برگه‌های رأی استفاده کنند.

تا وقتی که رأی‌دهنده قصد داشت، تمام سمت‌ها را از یک حزب انتخاب کند، کار چندانی لازم نبود انجام دهد، ولی چنان‌چه می‌خواست افرادی از احزاب مختلف برگزیند، کافی بود تا برگه‌ی خود را به صورت دست‌نویس ارائه کند یا این‌که می‌توانست با تهیه بلیط یکی از احزاب، روی افرادی که مایل به انتخاب آن‌ها نبود، خط کشیده و نامزدهای مورد نظر خود را به جای آن‌ها بنویسد.

پس از انتخابات سال ۱۸۸۰ م. احزاب بلیط‌های رأی را به گونه‌ای تنظیم کردند که دیگر جایی برای نوشتن اسم‌های اضافی نداشت. شکل ۲-۳ نمونه‌ای از این برگه‌ها را نشان می‌دهد. با مقایسه‌ی این برگه با برگه‌ی شکل قبل، می‌توان دید که برگه‌های قدیمی جای زیادی برای نوشتن اسمی دیگر داشتند، اما برگه‌های جدید فاقد این ویژگی بودند. زمانی که حزب برای سمت خاصی نامزدی معرفی نمی‌کرد، روی برگه‌ها به جای نام نامزد سمت، یک جای خالی قرار می‌داد، همان‌طور که در شکل ۲-۳ قابل ملاحظه است.



شکل ۲-۲



شکل ۲-۳

موضوع قابل تأمل در مورد برگه‌هایی نظیر آنچه در شکل ۲-۳ نشان داده شده است، این بود که برگه طوری طراحی می‌شد که خواندن اسامی زیر عنوان حزب، کمی مشکل بود. در آن زمان، از دیدگاه احزاب، اسامی افراد مهم نبود، بلکه وفاداری رأی‌دهندگان به حزب نقش اساسی داشت.

اسامی آن‌قدر هم ناخوانا نیست که نتوان از روی آن‌ها به شمارش آراء پرداخت، هرچند که با وجود بلیط‌های احزاب که هرکدام به رنگ و شکل خاصی طراحی شده بودند، دیگر نیازی به خواندن برگه‌های رأی نبود، بلکه کافی بود تا برگه‌های هم شکل، هم رنگ و یا هم عنوان را دسته‌بندی کنند و سپس هر دسته را شمارش کرده و به آراء نامزدهایی که در برگ اول دسته نوشته شده بود، به همان تعداد بیافزایند. سپس برگه‌های دست نویس را بررسی و نتیجه‌ی انتخابات را اعلام کنند.

نمونه‌هایی از بلیط‌های احزاب که تا حال مشاهده کرده‌اید، همگی روی کاغذهای ارزان قیمت چاپ شده بودند، اما همان‌طور که قبلاً گفته شد، رسم بود تا احزاب و گروه‌ها برگه‌ای با رنگ و جنس خاص برای خود چاپ کنند، و این به آن منظور بود تا ناظران حزب مستقر در حوزه‌های انتخاباتی بتوانند به رأی احتمالی مردم پی‌برند. تصریح قانون بر قابل مشاهده بودن داخل صندوق یا شیشه‌ای بودن آن، که برای جلوگیری از پرکردن صندوق قبل از شروع رأی‌گیری بود، کار ناظران را بسیار آسان ساخت، طوری که شمارش آراء قبل از پایان رأی‌گیری برای احزاب آسان و مخفی کردن رأی توسط اشخاص مشکل شده بود.

برگه‌های رأی استرالیایی

نگرانی در مورد فریبکاری و امنیت آراء شخصی منحصر به ایالات متحده‌ی آمریکا نبود، بلکه می‌توان گفت که یکی از ابداعات مهم فن‌آوری انتخابات در استرالیای ویکتوریایی رخ داد.

1893

<p style="text-align: center;"><input type="radio"/> DEMOCRATIC.</p> <p><input type="checkbox"/> FOR MAYOR AUGUST LEUZE, JR. <small>FORWARD BUILDING AND PARKING STRAITS.</small></p> <p><input type="checkbox"/> FOR TREASURER GEORGE W. KOONTZ 878 <small>NO. 605 21ST WASHINGTON STREET.</small></p> <p><input type="checkbox"/> FOR CITY SOLICITOR FRANK J. HORAK <small>NO. 123-125 11TH ST.</small></p> <p><input type="checkbox"/> FOR ASSESSOR E. A. HEINSIUS <small>NO. 605 21ST WASHINGTON STREET.</small></p> <p style="text-align: center;">FOURTH WARD.</p> <p><input type="checkbox"/> FOR TRUSTEE JOHN U. MILLER 24 <small>405 11TH STREET.</small></p>	<p style="text-align: center;"><input type="radio"/> REPUBLICAN.</p> <p><i>Argentine</i> FOR MAYOR CHAS. LEWIS 221 <small>NO. 177 NORTH 11TH STREET.</small></p> <p><input type="checkbox"/> FOR TREASURER.</p> <p><input type="checkbox"/> FOR SOLICITOR L. H. FULLER 101 <small>NO. 421 NORTH 20TH STREET.</small></p> <p><input type="checkbox"/> FOR ASSESSOR H. W. LATHROP 198 <small>NO. 175 10TH AVENUE.</small></p> <p style="text-align: center;">FOURTH WARD.</p> <p><input type="checkbox"/> FOR TRUSTEE J. C. LEASURE <small>NO. 155 NORTH 17. AND 17 1/2 STREET.</small></p>
--	---

شکل ۴-۲

در سال ۱۸۵۸ م. انتخاباتی در این کشور برگزار شد که در آن لیست تمام نامزدها برای تصدی سمت‌های مختلف، روی برگه‌ای نوشته شده بود. این برگه‌ها به خرج دولت چاپ و در حوزه‌های رأی‌گیری توزیع گشت. این روند آن‌قدر مبدعانه بود که به آن نام برگه‌های رأی مخفی استرالیایی^۸ دادند.

امروزه، برگه‌های رأی استرالیایی، یکی از عادی‌ترین نمونه‌های برگه‌های رأی در جهان است، به طوری که نمی‌توان تصور کرد، سابقه‌ای چنین طولانی داشته باشد. در بعضی کشورهای جهان، این برگه‌ها دارای چنان جایگاهی هستند که تصور تعویض آن‌ها با روش‌های دیگر غیرممکن می‌نماید.

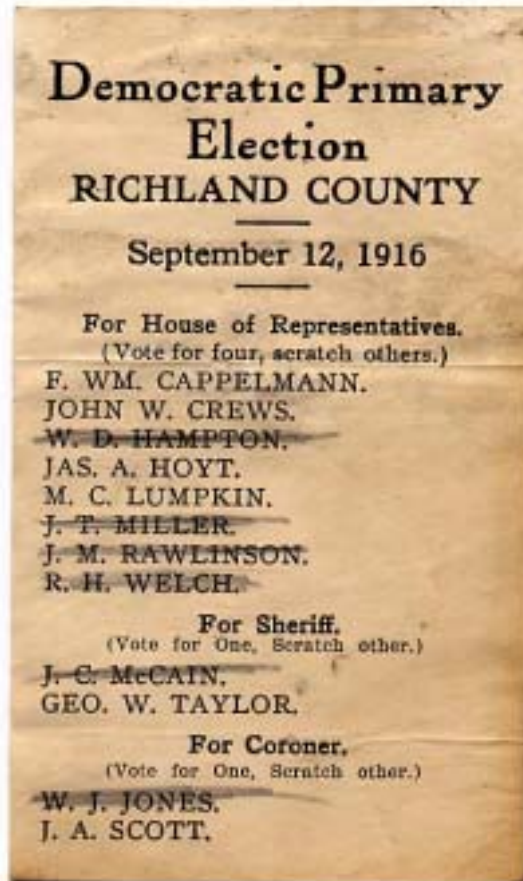
متأسفانه ارزش واقعی برگه‌های رأی استرالیایی در زمان معرفی آن‌ها به درستی شناخته نشد، و این به دلیل آن بود که چاپ، نگهداری و توزیع این برگه‌ها باید به خرج دولت انجام می‌شد و این خوشایند هیچ دولتی حتی در زمان حال نیز نیست.

در ایالات متحده‌ی آمریکا تقلب‌های گزارش شده در انتخابات سال ۱۸۸۴ م. باعث شد تا دولت به فکر استفاده از روشی جدید برای انتخابات سال ۱۸۸۸ م. بیافتد.

در سال ۱۸۸۸ م. برای اولین بار در دو حوزه‌ی نیویورک و ماساچوست از برگه‌های رأی استرالیایی استفاده شد، همچنین این سال اولین سال استفاده از ماشین‌های اهرمی مکانیکی رأی‌گیری نیز بود. شکل ۲-۴ نمونه‌ای از برگه‌های رأی استرالیایی است. در این برگه‌ها فرد با زدن علامت **x** یا **v** جلوی نام حزب، تمام نامزدهای آن حزب را برمی‌گزیند یا این‌که با زدن علامت جلوی نام هر نامزد، به نامزدهای مورد علاقه‌ی خود رأی می‌دهد.

در حالی که زدن علامت **x** یا **v** به امری متداول در برگه‌های رأی استرالیایی تبدیل شده بود، گونه‌ی متفاوتی از این برگه‌ها در قسمت‌های جنوبی ایالات متحده‌ی آمریکا رواج پیدا کرد. همان‌طور که در شکل ۲-۵ مشاهده می‌شود،

در این برگه‌ها از فرد خواسته می‌شد در حالی که نام تمام نامزدها را پیش رو دارد، نام نامزدهایی که مورد نظرش نیست، از برگه خط بزند. این گونه در واقع تبدیلی از بلیط‌های حزب بود که در آن‌ها هم همان‌طور که گفته شد، چنان‌چه فرد، مایل به انتخاب نامزدی خاص، نبود نام او را خط می‌زد و نام مورد نظر خود را می‌نوشت.



شکل ۵-۲

روند استفاده از برگه‌های رأی استرالیایی هیچ‌گونه مشکلی ایجاد نمی‌کرد، تا این‌که زدن علامت در مکان‌هایی مشخص به عنوان قانون مطرح، و به این ترتیب مشکلات نیز شروع شد.

سیاستمداران فاسد و مافیای سیاسی همیشه در یافتن ایرادات روش‌های جدید رأی‌گیری، سریع عمل کرده‌اند تا بتوانند از آن‌ها به نفع خود استفاده کنند. در مورد برگه‌های رأی استرالیایی با قانون زدن علامت در مکان‌های مشخص چنین اتفاقی افتاد. اگر برگه‌های رأی استرالیایی به طور صحیح تهیه شده باشد، دادن چند رأی توسط یک نفر، مشکل و پرکردن صندوق‌ها به وسیله‌ی آراء تقلبی توسط ناظران فاسد غیرممکن می‌شود. اما مشکل در این‌جا نیست، بلکه در روند شمارش این آراء نهفته است. برگه‌های رأی استرالیایی نیاز به تعبیر معقولی برای علامت‌های روی برگه‌ها دارند، به همین دلیل اگرچه مقامات رسمی فاسد نمی‌توانند روند انداختن برگه‌ها را کنترل کنند، ولی می‌توانند با استفاده از قوانینی که برای تعبیر و تفسیر علامات روی برگه‌ها وضع شده بود، روند شمارش آراء را به دست گیرند.

روش معمول شمارش آراء در آن زمان سعی کرده بود با ارائه‌ی راه کارهایی جلوی این‌گونه تقلب‌ها را بگیرد. اولاً ناظران شمارش آراء تا حد ممکن بی‌طرف انتخاب می‌شدند و چنان‌چه فعالیت ناظری در حزبی به اثبات می‌رسید، از گروه ناظران اخراج می‌شد. ثانیاً شمارشگران از احزاب و گروه‌های مختلف انتخاب می‌شدند، تا با کنترل یکدیگر در حین شمارش آراء، از تقلب‌ها جلوگیری کنند.

اما با این همه، مدیران فاسد انتخاباتی می‌توانستند با انتخاب تیم شمارشگران به گونه‌ای که حتی از احزاب مختلف باشند ولی روند تفکر سیاسی یکسان داشته باشند، به شمارش آراء جهت خاصی دهند. یا این‌که با اعلام یک استاندارد به ظاهر بی‌طرفانه، اما حيله‌گرانه، برای علامت‌های روی برگه‌های رأی، دست به فریبکاری بزنند.

به عنوان یک نمونه از چنین استانداردهایی می‌توان به قانون انتخابات ایالت میشیگان اشاره کرد. در این قانون تصریح شده است، رأیی به عنوان رأی سالم

شناخته می‌شود که در آن فقط از دو علامت \times یا \checkmark برای نشان دادن نامزدها یا احزاب استفاده شده و نیز محل تقاطع دو خط در علامت \times و گوشه‌ی زاویه دار علامت \checkmark درون یا روی مرز محل مشخص شده برای علامت زدن قرار گرفته باشد.

این استاندارد به ظاهر عالی، با کمی تأمل می‌تواند به ابزاری برای تقلب تبدیل شود. یک رأی‌دهنده ممکن است علامت‌های متفاوتی روی برگه‌ی خود بزند، در حالی که به وضوح نشان دهنده‌ی مقصود او باشد، ولی از نظر این قانون باطله اعلام گردد. یا این که یک علامت \checkmark شتابزده که گوشه‌ی تیز آن گرد شده و نیز علامت‌های \times و \checkmark که به وضوح نامزد خاصی را مشخص می‌کنند، اما در محل‌های گفته شده، زده نشده‌اند یا آن‌هایی که به دلایلی مشمول قانون فوق نمی‌گردند.

اگر مافیای سیاسی بخواهند در حالی که آراء مردمی را از دست داده‌اند، باز هم در قدرت باقی بمانند، کافی است تا نمایندگان شمارشگری که از حزب آن‌ها انتخاب می‌شود، به خوبی آموزش دیده باشند تا بتوانند از این قانون‌های محلی به نفع خود حداکثر استفاده را بکنند، و این بدتر می‌شود اگر شمارشگران حزب رقیب افرادی ساده اندیش باشند و وقتی متوجه این بازی سیاسی شوند که انتخابات را واگذار کرده‌اند.

بسیاری از مشکلات برگه‌های رأی استرالیایی با یک روند سخت‌گیرانه‌ی شمارش مرتفع می‌شود، و این بهتر می‌شود وقتی که گزارش‌های ارائه شده برای آراء نامزدها تنها شامل آراء مجاز نامزدها نباشد و تعداد آراء مخدوش و همچنین آراییی که به دلیل مشمول قانون نشدن، باطل گردیده‌اند، نیز ذکر شوند. در این صورت اگر تعداد کل آراء اخذ شده توسط نامزد رقیب، بیش از آراء برنده بود، قطعاً به یک بازشماری دقیق نیاز است و چنانچه تعداد کل آراء اخذ شده در یک حوزه بیش از تعداد افراد ثبت شده در آن حوزه باشد، صندوق با آراء جعلی پرگشته است.

برگه‌های رأی استرالیایی اگر به خوبی طراحی شوند، تقریباً بهترین روش اخذ رأی هستند، اما باید توجه داشت که امروزه حتی در یک انتخابات معمولی هم

بیش از پنجاه نامزد شرکت دارند و این، کار با برگه‌های رأی استرالیایی را مشکل می‌کند.

ماشین‌های مکانیکی اهرمی

ماشین‌های اتوماتیک مکانیکی اهرمی می‌رز^۹ برای اولین بار در لاک‌پورت نیویورک در سال ۱۸۹۲ م. مورد استفاده قرار گرفت، و پس از آن آرام آرام در تمام ایالات متحده‌ی آمریکا گسترش یافت.

در صحبت‌های ژاکوب اچ. میرز^{۱۰} پدر ماشین‌های مکانیکی اهرمی آمده است که این ماشین‌ها طراحی شده‌اند تا رأی‌دهندگان را به صورت مکانیکی از تقلب و حقه‌بازی حفظ کنند و روند انتخابات را واضح، ساده و امن سازند.

در دهه‌ی ۱۹۳۰ م. همه‌ی محدوده‌های وسیع شهری از ماشین‌های مکانیکی اهرمی استفاده می‌کردند. و این به گونه‌ای بود که در انتخابات سال ۱۹۴۴ م. شرکت ماشین‌های خودکار رأی‌گیری، سازنده‌ی ماشین‌های مکانیکی اهرمی، در تبلیغات خود ادعا کرد که دوازده میلیون رأی‌دهنده از ماشین‌های رأی‌گیری آن‌ها استفاده کرده‌اند.

در ایالت‌هایی نظیر آیوا و نیز مناطق کوچک شهری و روستایی که دست‌های فاسد کمتری به آن‌ها رخنه کرده بود، باز هم از برگه‌های رأی استرالیایی استفاده می‌شد، در حالی که در بقیه‌ی ایالت‌ها مخصوصاً آن‌هایی که در اوایل قرن تقلب‌های بسیاری در آن‌ها ثبت شده بود، ماشین‌های مکانیکی اهرمی نصب و مورد استفاده قرار می‌گرفت.

در دهه‌ی ۱۸۹۰ م. ماشین‌های اهرمی انتخابات با داشتن بیشترین قطعات متحرک در ماشین‌های مکانیکی زمان خود، در لبه‌ی فناوری قرار داشت. و حتی از

۹- Myers Automatic Booth Lever Voting Machine

۱۰- Jacob H. Myers

نظر پیشرفتگی در فنآوری‌های انتخابات می‌توان آن‌ها را با ابداع کارت‌های پانچ و ماشین‌های ذخیره‌ی مستقیم آراء مقایسه کرد.

دو شرکت شوپ^{۱۱} و ماشین‌های خودکار رأی‌گیری^{۱۲}، دست‌اندرکار ساخت ماشین‌های اهرمی انتخابات بودند. شرکت اخیر، از نسل شرکت ژاکوب اچ. میرز بود که در سال ۱۸۹۵ افتتاح شد.

رنسوم/ف. شوپ^{۱۳} به دلیل تغییراتی که برای بهبود کارایی ماشین‌های اهرمی، در سال‌های ۱۹۲۹ م. و ۱۹۷۵ م. داده بود، در زمره‌ی سازندگان این ماشین‌ها قرار گرفت. شکل ۲-۶ یکی از نمونه‌های اولیه‌ی ماشین شوپ است که همانند بسیاری از هم‌رده‌هایش دارای اتاقکی سرخود و قابل حمل و بسته‌بندی است.

بارزترین تفاوت ماشین‌های شوپ و ای. وی. ام. (ماشین‌های خودکار رأی‌گیری)، نحوه‌ی طرح‌بندی برجسب‌های روی دستگاه برای اطلاع‌رسانی و قراردادن نام نامزدها بود. در این ماشین‌ها در تقاطع هر سطر و ستون یک اهرم برای هر نامزد وجود داشت. در ماشین‌های شوپ، سطرها نشانگر حزب یک نامزد و ستون‌ها نشانگر سمت‌ها بود. در صورتی‌که در ماشین‌های ای. وی. ام. برعکس این مطلب برقرار است.

	شهردار	خزانه‌دار	رئیس پلیس
دموکرات	نامزد الف 	نامزد ب 	نامزد پ 
جمهوری‌خواه	نامزد ت 	نامزد ث 	نامزد ج 

نمایه‌ای از برجسب روین ماشین‌های شوپ به همراه اهرم‌ها

۱۱- Shoup

۱۲- Automatic Voting Machines (AVM)

۱۳- Ransom F. Shoup

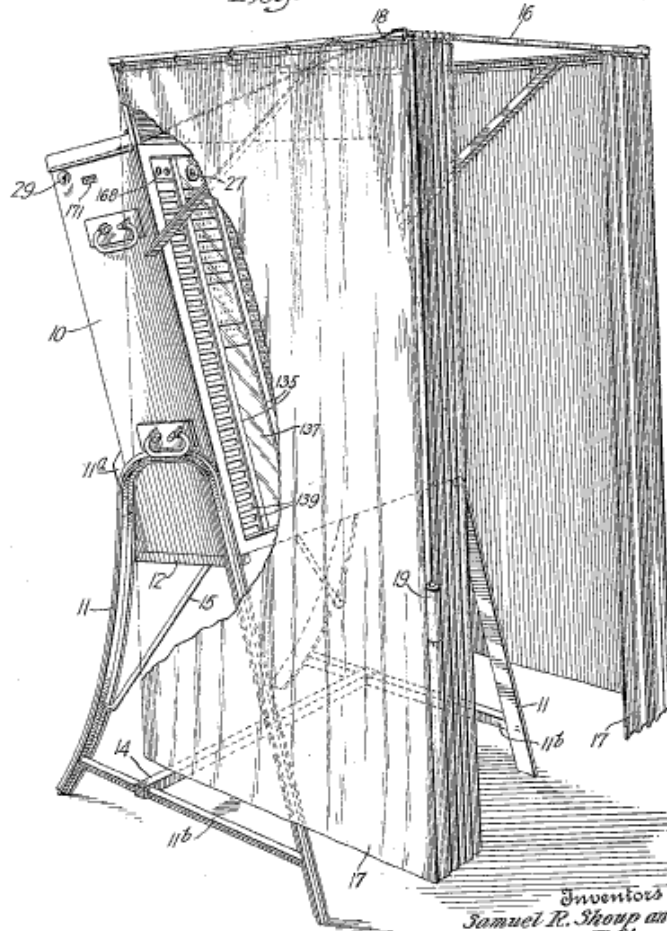
Sept. 15, 1936.

S. R. SHOUP ET AL
VOTING MACHINE
Filed July 25, 1929

2,054,102

27 Sheets-Sheet 1

Fig. 1.



Inventors
*Samuel R. Shoup and
 Ransom F. Shoup*
 By their Attorneys
Kempner & Kempner

شکل ۶-۲

ماشین‌های اهرمی رأی‌گیری، به گونه‌ای فراگیر شده بودند که افرادی که در میانه‌ی قرن بیستم میلادی متولد و یا زندگی می‌کردند، حتی تصور تغییر این روش و جایگزینی آن با روش‌های دیگر را نمی‌کردند. امروزه نیز، هرچند از سال ۱۹۸۲ م. تولید این ماشین‌ها متوقف شده است، بسیاری از حوزه‌ها به دلیل سادگی تنظیم و نیز قدرت بالای اجرای انتخابات پیچیده با این ماشین‌ها، از این ماشین‌ها استفاده می‌کنند.

ماشین‌های اهرمی رأی‌گیری، تمام مشکلات تعبیر علامات در برگه‌های رأی استرالیایی را از سر راه برداشتند. زمانی که رأی‌دهنده، اتاقک رأی‌گیری را ترک می‌کرد، ماشین به صورت خودکار به شمارنده‌ی افرادی که اهرم آن‌ها پایین آورده شده بود، می‌افزود و سپس کلیه‌ی اهرم‌ها را به حالت اولیه بر می‌گرداند. همچنین آن‌هایی که در اواسط قرن بیستم میلادی ساخته شده بودند، یک سیستم بلوکه کننده‌ی داخلی داشتند که به رأی‌دهنده اجازه نمی‌داد به بیش از یک نامزد برای هر سمت رأی دهد.

این ماشین‌ها نه تنها در مقابل خرابکاری‌هایی که ممکن بود در ساختار آن‌ها در زمان نگهداری ایجاد شود، آسیب پذیر بودند، بلکه تعداد زیاد قطعات متحرکی که لازم بود پوشانده شوند، کار آزمایش هر ماشین به صورت جداگانه را مشکل می‌کرد.

روی ج. سالتمن^{۱۴} متوجه شد که عدد ۹۹ بیشتر از حدی که در یک توزیع تصادفی آراء انتخاباتی، مورد انتظار است، روی ماشین ظاهر می‌شود. توضیحی که به نظر قابل تأمل می‌آید این است که، ماشین برای تغییر شمارنده که همانند کیلومتر شمار خودرو است، از عدد ۹۹ به ۱۰۰ نیاز به نیروی بیشتری دارد و در نتیجه اگر قرار باشد، گیر کند، به احتمال قوی روی عدد ۹۹ (منظور از ۹۹ دو رقم ۹ در سمت راست عدد است) خواهد بود.

در واقعیت، از این موضوع می‌توان به این مطلب پی‌برد که ماشین‌ها درست نگهداری نشده‌اند و این امر یا عمداً یا سهواً باعث ایجاد مشکلاتی در روند انتخابات می‌شود. هرچند که از طرف دیگر نمی‌توان انتظار داشت تا این ماشین‌ها به طور جداگانه قبل از هر انتخابات به طور کامل مورد آزمایش قرار گیرند تا عیب آن‌ها رفع شود.

کارت پانچ برای انتخابات

کارت‌های پانچ استاندارد به وسیله‌ی هرمن هولریش^{۱۵} ابداع شدند و در اولین مرحله به صورت آزمایشی برای ثبت آمار حیات در اداره‌ی سلامت بالتیمور مورد استفاده قرار گرفتند. پس از این دوره‌ی آزمایشی موفقیت آمیز، در سال ۱۸۹۰ م. از این کارت‌ها به صورت آزمایشی در سرشماری استفاده کردند.

ابداع هولریش، یک ابداع نو نبود، بلکه او با دیدن کنترل دستگاه‌های بافندگی ژاگوارد توسط کارت‌هایی سوراخ‌دار، متوجه شد که احتمالاً می‌توان از این فناوری برای ذخیره و پردازش اطلاعات رقمی استفاده کرد.

شرکت آی. بی. ام. اولین کارت‌های پانچ رقمی را توسعه داد و دستگاه پورت ای. پانچ^{۱۶} را برای ورود داده‌های رقمی به این کارت‌ها ساخت. در اوایل دهه‌ی ۱۹۶۰ م. پروفیسور جوزف پی. هریس^{۱۷} از دانشگاه کالیفرنیا در برکلی تغییراتی روی این مکانیسم داد و آن‌را برای انتخابات مناسب‌سازی کرد، و به این ترتیب شرکت وُتوماتیک هریس^{۱۸} برای فروش این ایده، تأسیس شد.

پس از آزمایش‌های بی‌طرفانه در ایالت اورگان، این فناوری در مرحله‌ی اول در دو حوزه‌ی فالتون و دی کالب جورجیا مورد استفاده قرار گرفت. از آن پس،

۱۵- Herman Hollrith

۱۶- Port-A-Punch

۱۷- Professor Joseph P. Harris

۱۸- Harris Votomatic Inc.

برای انتخابات بعدی، بسیاری از حوزه‌های ایالت‌های اورگان و کالیفرنیا، از این فناوری استفاده کردند، به طوری که این فناوری آن‌قدر آینده‌دار به نظر می‌رسید که شرکت آی. بی. ام. در سال ۱۹۶۵ م. تصمیم به خریداری امتیاز آن گرفت.

در شکل ۲-۷ یک برگه‌ی وُتوماتیک با ۲۳۵ مکان انتخاب، نشان داده شده است. طرح‌بندی‌ای نیز با ۲۲۸ مکان انتخاب وجود دارد. بی‌توجه به طرح‌بندی، اطلاعاتی به جز شماره‌ی مکان‌های انتخاب روی برگه‌های وُتوماتیک موجود نیست. نام نامزدها، سؤالات و درخواست‌های موجود برای انتخابات و توضیحات دیگر، معمولاً روی برچسب‌هایی که به دستگاه وُتوماتیک متصل‌اند، یا همراه دفترچه‌ای که برای رأی‌دهندگان ارسال می‌شود، داده می‌شوند.

شکل ۲-۸ نشان دهنده‌ی ماشین وُتوماتیکی است، که شبیه دستگاه پورت ای. پانچ آی. بی. ام. ساخته شده است. این دستگاه به صورت عمودی روی قابی، جهت نصب در اتاقک رأی‌گیری سوار می‌شود. اتاقک رأی‌گیری در این موارد، شامل ماشین رأی‌گیری، پرده‌ها و پایه‌هاست و به گونه‌ای طراحی شده که بتوان ماشین رأی‌گیری را از آن جدا کرد و از آن برای نصب دستگاه‌های جدیدتر استفاده کرد.

برگه‌های وُتوماتیک دارای تکه‌های جداشدنی‌ای در هر مکان انتخاب هستند که با فروکردن یک قلم میخی شکل در این مکان‌های انتخاب، آن تکه جدا شده و سوراخی در آن مکان به وجود می‌آید، که به عنوان رأی شناخته می‌شوند.

پوشش ماشین وُتوماتیک دارای ساختاری پلاستیکی، مقاوم در برابر آسیب‌های احتمالی است. و قلم میخی شکل آن به گونه‌ای طراحی شده که برای استفاده با دست مناسب و راحت است.

کارت‌های پانچ (کارت‌های انتخاباتی) باید به گونه‌ای در ماشین وُتوماتیک قرار گیرند که سوراخ‌های معیار بالای کارت در میخ‌های معیار بالای ماشین قرار گیرد. زمانی که برگه‌ی رأی در ماشین قرار گرفت، پوشش رویی ماشین تمام برگه، به جز مکان‌های انتخاب را می‌پوشاند.

DO NOT DETACH STUB-FOLD OVER

1	40	97	117	136	156	176	196	216			
2	21	99	78	118	137	157	177	197	217		
3	22	41	69	79	99	119	138	158	178	198	218
4	23	42	61	80	100	120	139	159	179	199	219
5	24	43	62	81	101	121	140	160	180	200	220
6	25	44	63	82	102	122	141	161	181	201	221
7	26	45	64	83	103	123	142	162	182	202	222
8	27	46	65	84	104	124	143	163	183	203	223
9	28	47	66	85	105	125	144	164	184	204	224
10	29	48	67	86	106	126	145	165	185	205	225
11	30	49	68	87	107	127	146	166	186	206	226
12	31	50	69	88	108	128	147	167	187	207	227
13	32	51	70	89	109	129	148	168	188	208	228
14	33	52	71	90	110	130	149	169	189	209	229
15	34	53	72	91	111	131	150	170	190	210	230
16	35	54	73	92	112	132	151	171	191	211	231
17	36	55	74	93	113	133	152	172	192	212	232
18	37	56	75	94	114	134	153	173	193	213	233
19	38	57	76	95	115	135	154	174	194	214	234
20	39	58	77	96	116	136	155	175	195	215	235

TO BE FILLED IN BY COUNTING BOARD ONLY
PRECINCT NO. _____ WRITE IN NO. _____

شکل ۲-۷



شکل ۸-۲

برچسب‌های مربوط به نام نامزدها و توضیحات انتخاباتی معمولاً به صورت مفصلی روی ماشین نصب می‌شوند طوری که بتوان آن‌ها را ورق زد. این برچسب‌ها به گونه‌ای طراحی شده‌اند که با ورق زدن آن‌ها، در هر مرحله تنها یک ستون مکان‌های انتخاب رو باز قرار می‌گیرد. شکل ۲-۸ برچسب‌های مربوط به انتخابات سال ۲۰۰۰ م. را نشان می‌دهد.

آی. بی. ام. در سال ۱۹۶۹ م. زمانی که مشکلات این فن‌آوری شروع به خودنمایی کرد، از این کار کنار رفت و ماشین‌های وُتوماتیک بعدی توسط شرکت سرویس‌های کامپیوتری انتخابات^{۱۹} ساخته شد. این شرکت نیز خود بعداً در شرکت سیستم‌ها و نرم افزارهای انتخاباتی^{۲۰} ادغام شد.

نمونه‌ای سازگار از این ماشین‌ها نیز با نام تجاری دیتاپانچ^{۲۱} توسط شرکت داده‌های انتخاباتی^{۲۲} در سنت چارلز ایلینویز ارائه شد. شکل ۲-۹ یک دیتاپانچ را نشان می‌دهد. این دستگاه بسیار شبیه‌تر به پورت‌ای. پانچ آی. بی. ام. است. همان‌طور که می‌توان دید، این دستگاه برعکس متأخرانش همراه اتاقک رأی‌گیری ارائه نشده است و می‌توان از آن به عنوان یک ابزار رومیزی استفاده کرد. همچنین این دستگاه برخلاف دیگر دستگاه‌ها دارای برچسب‌هایی است که تنها شماره‌ی مکان‌های انتخاب روی آن‌ها نوشته شده و از نام نامزدها و توضیحات در آن خبری نیست.

ماشین نشان داده شده در شکل ۲-۹ دارای ۲۲۸ مکان انتخاب است و در شکل قلم پانچ در مکان ۷۲ ام قرار گرفته است. با دقت می‌توان دید که سوراخ‌های معیار کارت، روی میخ‌های معیار دستگاه قرار گرفته‌اند.

۱۹- Computer Election Services Inc. (CESI)

۲۰- Election Systems and Software

۲۱- Data-Punch

۲۲- Election Data Corporation



شکل ۹-۲

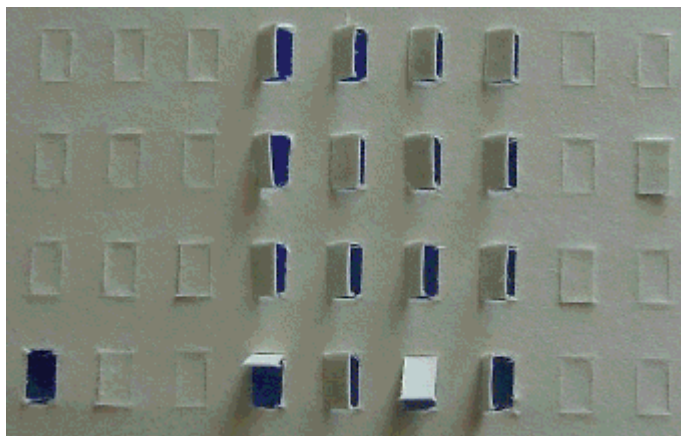
قسمت اصلی کارت درون دستگاه قرار گرفته و تنها قسمت بالایی آن قابل مشاهده است. این قسمت بالایی شامل سوراخ‌های معیار، مکانی برای نوشتن آراء نوشتنی و یک تکه‌ی کنده شدنی است. این قسمت بالایی را می‌توان از روی خط چین زیر سوراخ‌های معیار تا کرد به گونه‌ای که روی کارت سوراخ شده را ببوشاند و عاملی محافظتی به حساب آید.

تکه‌ی کنده شدنی‌ای که در بالاترین مکان کارت‌های رأی‌گیری قرار دارد، کاربردهای گوناگونی دارد، ولی معمولاً از آن برای نوشتن شماره سریال استفاده می‌شود و زمانی که رأی‌دهنده قصد انداختن برگه به صندوق را دارد، این شماره بررسی می‌شود تا مشخص شود که آیا رأی‌دهنده همان برگه‌ای که به او تحویل شده را برگردانده است یا خیر. این تکه پس از بررسی، از برگه‌ی رأی جدا شده و برگه به داخل صندوق انداخته می‌شود.

مزیت این تکه‌ی کنده شدنی این است که از عمل رأی‌دهی زنجیره‌ای جلوگیری می‌کند. در عمل رأی‌دهی زنجیره‌ای، فردی در خارج از حوزه، کارت‌ها را مطابق خواسته‌هایش پر می‌کند و سپس آن را به رأی‌دهنده‌ای می‌دهد تا آن را درون صندوق بیاندازد و در هنگام خروج، کارت رأی او را می‌خرد و آن را پر کرده و به کس دیگری داده و به همین ترتیب ادامه می‌دهد.

در شمارش آراء، قسمت بالایی برگه از قسمت پایینی جدا شده و قسمت بالایی که شامل آراء دست‌نویس است توسط افراد و قسمت پایینی توسط ماشین‌های الکترومکانیکی و یا کامپیوترهای مجهز به کارت‌خوان شمارش می‌شوند. مشکلات فن‌آوری و توماتیک از اواخر دهه‌ی ۱۹۶۰ م. آشکار شد. از این مشکلات می‌توان به جدا شدن تکه‌های جدا شدنی کارت‌ها به صورت تصادفی در هنگام شمارش آن‌ها توسط دستگاه اشاره کرد و شاهد این مطلب هم جمع شدن کپه‌هایی از این تکه‌ها در حوزه‌های شمارش آراء است.

روی ج. سالتمن از اداره‌ی ملی استانداردهای ایالات متحده‌ی آمریکا در اواسط دهه‌ی ۱۹۸۰ م. چندین گزارش مبنی بر مشکلات این فنآوری و لزوم تعویض آن با یک فنآوری جدیدتر نوشت که در آن زمان هیچ توجهی به آن‌ها نشد. تا این‌که بالاخره در نوامبر ۲۰۰۰ م. مسائل به گونه‌ای پیش رفت که این مشکلات کانون توجه عامه‌ی مردم قرار گرفت و بحث روز شد.

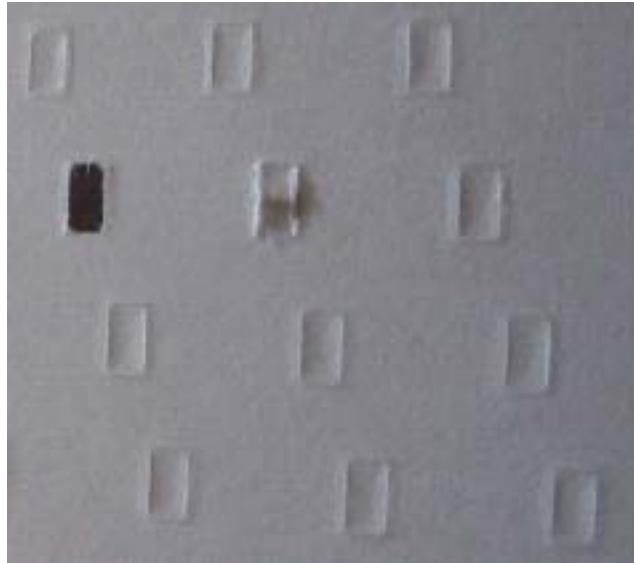


نمونه‌ای از یک مشکل کارت‌های پانچ

یکی از این مشکلات که به شدت مسأله‌ساز بود، مشکلی به نام تکه‌های فرورفته^{۲۳} بود. در شکل ۲-۱۰ می‌توان قطعه‌ای از یک کارت که به صورت مرتب پانچ شده است را مشاهده کرد که در مکان ۲۲۸ ام دارای یک تکه‌ی فرورفته است و جالب این‌جاست که در دوره‌ی انتخابات سال ۲۰۰۰ م. دوازده مکان مستعدترین نقاط برای ایجاد تکه‌های فرورفته بودند.

مشکل اصلی این تکه‌های فرورفته، در زمان بازشماری آراء که باید به صورت دستی انجام شود، ظاهر می‌شود. برعکس برگه‌های رأی استرالیایی که فردی باسواد و باتجربه در شمارش علامت‌ها به راحتی می‌تواند از پس شمارش آن‌ها برآید،

تشخیص سوراخ‌های کارت‌های پانچ برای نگاه انسانی مشکل است و از همه مشکل‌سازتر، شناخت مقصود رأی‌دهنده در هنگام برخورد فرد شمارنده با یک تکه‌ی فرورفته است.



شکل ۱۰-۲

یک تکه‌ی فرورفته ممکن است در اثر عدم تمرکز رأی‌دهنده زمانی که میخ را در سوراخی نه برای رأی دادن بلکه برای نگه داشتن میخ قرار داده، ایجاد شده باشد، یا این که فرد قصد رأی دادن داشته و میخ را نیز به درستی در جایش فشار داده است، اما به دلیل گرفتگی سوراخ، تکه‌ی جدا شدنی کنده نشده و یک تکه‌ی فرورفته ایجاد شده است.

عوامل بسیاری در ایجاد تکه‌های فرورفته می‌توانند دخیل باشند، اما تشخیص حداقل دو عامل بالا توسط نگاه انسانی ناممکن است، هرچند که می‌توان با آزمایش‌های میکروسکوپی این دو را از هم تشخیص داد، اما کجاست پول و کیست آزمایشگر.

اسکنرهای نوری و غیرنوری حساس به علائم

اسکنرهای حساس به علامت به صورت معمولی در تصحیح امتحانات تستی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در سال ۱۹۳۷ م. شرکت آی. بی. ام. اولین ماشین تصحیح امتحانات مدل ۸۰۵ خود را ساخت، که با توجه به رسانایی علائم گذاشته شده با مدادهای گرافیتی، قادر به تشخیص آن‌ها بود. از این نوع فنآوری تا دهه‌ی ۱۹۵۰ م. برای تصحیح امتحانات استفاده می‌کردند.

اسکنرهای نوری حساس به علامت به صورت شق دیگری از سیستم‌های الکترونیکی آی. بی. ام. توسعه یافتند. پروفیسور ای. اف. لینکوست^{۲۴} از دانشگاه آیوا با توسعه امتحانات ای. سی. تی. آن‌ها را به گونه‌ای ساخت که بتوان آن‌ها را توسط اسکنرهای حساس نوری تصحیح کرد.

امتیاز فن‌آوری اسکنرهای نوری حساس به علامت در سال ۱۹۶۸ م. به شرکت آموزشی وستینگ هوس^{۲۵} فروخته شد و از آن به بعد بود که این اسکنرها به صورت فعال‌تری در صحنه‌ی انتخابات مورد استفاده قرار گرفتند.

اولین ظهور این فن‌آوری در صحنه‌ی انتخابات در سال ۱۹۶۲ م. در کرن سیتی کالیفرنیا بود، این ماشین‌ها توسط نوردن و لوس آنجلس ساخته شده بودند که در سال ۱۹۵۸ م. با نام تجاری ماشین‌های تیمی انتخابات کولمن کیوبیک^{۲۶} معرفی شدند. این ماشین‌ها موفقیت محدودی داشتند تا این که شرکت جی رکس^{۲۷} از شرکت کولمن کیوبیک منشعب شد و شروع به ساخت این ماشین‌ها با نام‌های مختلف کرد و به این ترتیب اولین شرکتی بود که توانست تعداد قابل قبولی از این ماشین‌ها را در دهه‌ی ۱۹۷۰ م. به فروش برساند.

۲۴ - Professor E. F. Lindquist

۲۵ - Westinghouse Learning Corporation

۲۶ - Coleman Cubic Vote Tally System

۲۷ - Gyrex Corporation

دستگاه‌های ساخته شده توسط شرکت وستینگ هوس که بر اساس ماشین‌های ام. ۶۰۰ این شرکت ساخته شده بودند، با استاندارد سیستم‌های داده‌های علامتی^{۲۸} عمل می‌کردند و برای اولین بار در انتخابات سال ۱۹۷۶ م. در داگلاس سیتی نبرسکا مورد استفاده قرار گرفتند.

در سال ۱۹۷۹ م. شرکت سیستم‌های اطلاعاتی آمریکا^{۲۹} با توجه به ماشین‌های وستینگ هوس، ماشین ای. آی. اس. مدل ۳۱۵ خود را برای شمارش آراء ساخت و در انتخابات دوره‌ی بعد بسیاری از حوزه‌های ایالت نبرسکا از این ماشین استفاده کردند.

در سال ۱۹۹۷ م. شرکت سیستم‌های اطلاعاتی آمریکا تجدید قوا کرد و پس از ادغام در شرکت رکوردهای اقتصادی^{۳۰}، با نام شرکت سیستم‌ها و نرم‌افزارهای انتخاباتی محصولات خود را ارائه کرد.

• اسکنرهای شمارش مرکزی ES&S 150 و ES&S 550

اسکنری که در شکل ۲-۱۱ می‌بینید، نمونه‌ای معمولی از اسکنرهای نوری شمارش مرکزی حساس به علامت است که توسط شرکت سیستم‌ها و نرم‌افزارهای انتخاباتی ارائه شده است. در روند استفاده از این ماشین، ابتدا تعدادی برگه‌ی رأی پرشده (که همانند پاسخنامه‌های امتحانات تستی است ولی با توضیحات و نام نامزدها) در سینی سمت راست ماشین قرار می‌گیرند و سپس دستگاه به وسیله‌ی مکانیسمی خودکار برگه‌ها را به درون دستگاه کشیده پس از خواندن اطلاعات روی آن، آن‌ها را به سمت سینی سمت چپ می‌فرستند و در آن‌جا نگهداری می‌کند.

۲۸- Data Mark Systems

۲۹- American Information Systems (AIS)

۳۰- Business Records Corporation



شکل ۱۱-۲

این اسکنرها معمولاً به صورت درونی دارای یک سیستم کامپیوتری کامل هستند، که به همراه یک چاپگر و مابقی ملحقات، روی میز چرخداری ارائه می‌شوند. تفاوت مدل های ۱۵۰ و ۵۵۰ تنها در سرعت آنهاست. مدل ۱۵۰ کندتر و برای استفاده در شمارش آراء حوزه‌های کوچک و همچنین آرائی که توسط پست ارسال می‌شوند، مناسب است. مدل ۵۵۰ بسیار سریع‌تر است و در شمارش آراء حوزه‌های بزرگ مورد استفاده قرار می‌گیرند.

• عقاب ایتک

عقاب ایتک مدل III که توسط شرکت سیستم‌ها و نرم افزارهای انتخاباتی ارائه شده، نمونه‌ای مدرن از سیستم‌های قبلی است. همان‌طور که در شکل ۲-۱۲ می‌توان دید، این نمونه دارای دو قسمت بالایی و پایینی است. قسمت پایینی یک صندوق رأی هوشمند و قسمت بالایی، محل قرار گرفتن اسکنر و وسایل الکترونیکی دستگاه است.

صندوق رأی عقاب و هم‌رده‌هایش دارای سه قسمت مجزا است. یک قسمت همانند صندوق رأی معمولی است و به عنوان یک ویژگی اضطراری مورد استفاده قرار می‌گیرد و معمولاً زمانی مورد استفاده است که یا دستگاه اسکنر خراب باشد و یا این که رأی‌گیری توسط برگه‌هایی انجام شود که برای دستگاه غیرقابل شناسایی‌اند. در غیر این صورت، این قسمت مهروموم و بسته می‌شود. دو قسمت دیگر توسط مکانیسمی نرم‌افزاری کنترل می‌شوند. این مکانیسم برگه‌های رأی را به دو گروه تقسیم می‌کند، برگه‌هایی که به کنترل دستی نیاز ندارند و کاملاً توسط دستگاه قابل بررسی‌اند و برگه‌هایی که نیاز به کنترل دستی دارند.



شکل ۱۲-۲

ماشین‌های ذخیره‌ی مستقیم رأی

• الکترووُت ۲۰۰۰ (فیدلار)

ماشین‌های الکترووُت ۲۰۰۰ که توسط فیدلار-دابل دی^{۳۱} (فیدلار و چمبرز قدیم) ارائه شده، دارای ساختاری گوه‌ای شکل‌اند و شامل یک کامپیوتر شخصی سازگار با آی. بی. ام. هستند که توسط یک نمایشگر حساس به لمس^{۳۳} حمایت می‌شوند. این سیستم به گونه‌ای بسته‌بندی شده است که در هنگام رأی‌گیری نمی‌توان به آن صفحه کلید یا موشواره متصل کرد.

این سیستم‌ها به یک شبکه‌ی مرکزی متصل و مجهز به یو. پی. اس. برای جلوگیری از خاموش شدن دستگاه در هنگام قطع برق، هستند.

محل نصب این دستگاه معمولاً در اتاقک‌هایی متفاوت از گونه‌های قبل است. این اتاقک‌ها شامل یک میز، چند صفحه‌ی پلاستیکی محافظ و پایه‌هاست. شاید به نظر آید که حفاظت شخصی در این اتاقک‌ها کمتر از گونه‌های قبلی است، اما حفاظت شخصی این دستگاه تنها به اتاقک آن نیست، بلکه طرز طراحی صفحه نمایش و نیز نحوه‌ی قرار گرفتن آن در اتاقک، دیدن صفحه‌ی آن را از زوایای کناری و فاصله‌ی دور ناممکن می‌سازد. نمونه‌ای از این دستگاه به همراه اتاقک آن در شکل ۲-۱۳ نمایش داده شده است.

شرکت سیستم‌های فراگیر انتخاباتی^{۳۳}، با ساخت مدل ای. بی. اس.^{۳۴} ۱۰۰ وارد بازار این نوع ماشین‌ها شد. این ماشین‌ها بسیار شبیه الکترووُت ۲۰۰۰ است، اما دارای یک تفاوت مهم است که معمولاً رأی‌دهندگان بیشتر متوجه آن می‌شوند. و آن این است که نمونه‌های ای. بی. اس. ۲۰۰۰ (الکترووُت ۲۰۰۰) برای فعال شدن نیاز به کد ورود یا شماره‌ی شناسایی رأی‌دهنده دارند، در صورتی که مدل‌های ای. بی. اس.

۳۱- Fidler-Doubleday

۳۲- Touch Screen

۳۳- Global Election Systems

۳۴- Electronic Ballot Station Model 100 (EBS100)

۱۰۰ دارای رابطی برای پذیرش کارت‌های هوشمندند، که با قرار دادن کارتی که تنها برای یک بار استفاده مفید است، فعال می‌شوند.



شکل ۲-۱۳

• میکرووُت

دستگاه های میکرووُت نمایانگر نمونه های قدیمی تر ماشین های ذخیره ی مستقیم رأی است. این ماشین ها از دکمه های فشاری جهت رأی گیری استفاده می کنند، که در صورت فشار دادن آن ها چراغی در زیرشان روشن می شود. توضیحات مربوط به انتخابات و نام نامزدها، بر روی برچسبی در زیر لایه ی محافظ روی ماشین قرار می گیرند و این دستگاه همانند ماشین های اهرمی انتخابات روی اتاقک نصب می شوند. شکل ۲-۱۴ نمونه ای از این ماشین را با لایه ی محافظ کیفی شکل نشان می دهد.



شکل ۲-۱۴

این ماشین‌ها دارای ۶۴ کلید هستند ولی معمولاً تعداد نامزدهای یک حوزه در یک دوره‌ی انتخابات بیش از این تعداد است و به همین دلیل این دستگاه‌ها مجهز به موتورالکتریکی شدند تا یک رول کاغذی از برچسب‌ها را که معمولاً دارای هشت صفحه بوده و ۵۱۲ نامزد را پوشش می‌دهد، زیر لایه‌ی محافظ بچرخانند.

بحث در مورد روند تغییرات برگه‌های رأی، بحثی نیست که بتوان آن را در همین جا به پایان برد، اما توضیحات ارائه شده می‌تواند راه‌گشای بررسی‌های بعدی و عمیق‌تر در این زمینه باشد.

۳

روش‌های تعیین برنده‌ی انتخابات

روش‌های تک برنده

برای هر انتخاباتی که نامزدها بر سر یک سمت با هم رقابت می‌کنند، از روش‌های تک برنده استفاده می‌شود. برای مثال می‌توان به انتخاب رئیس جمهور و یا انتخاب رئیس هیئت مدیره‌ی یک شرکت اشاره کرد. در این فصل به توصیف و تحلیل روش‌های تعیین برنده‌ی این نوع انتخابات (تک برنده) می‌پردازیم.

۱- روش‌های فاقد ترتیب یا بدون امتیازبندی^۱

۱- الف- روش اکثریت (اکثریت نسبی)^۲

روش اکثریت یکی از روش‌های معمول کشورهای جهان برای اعلام برنده است. در این روش کسی برنده می‌شود که بیشترین رأی را کسب کرده باشد. این روش مناسب به نظر می‌رسد، اما ایراداتی اساسی دارد، که عمدتاً ناشی از تفاوت اکثریت نسبی و اکثریت مطلق هستند.

مثال ۱: در یک انتخابات، نامزد راست تندرو ۲۰٪ آراء و هشت نامزد چپ به ترتیب ۷٪، ۹٪، ۱۰٪، ۱۰٪، ۱۰٪، ۱۰٪، ۱۱٪ و ۱۳٪ آراء را کسب کرده‌اند. در این انتخابات با روش اکثریت، نامزد راست تندرو برنده اعلام می‌شود، در حالی که ۸۰٪ رأی‌دهندگان چپ را انتخاب کرده‌اند.

باید توجه داشت که روش اکثریت نسبی زمانی که انتخابات دارای دو نامزد برای یک سمت یا دارای دو نامزد پیش‌رو باشد، روش مناسبی است. در حالت اخیر رأی‌دهندگان برای بالا بردن شانسی برنده‌شدن گروه یا جناح خود، به یکی از نامزدهای پیش‌رو که عقایدش شبیه آنان است رأی می‌دهند، این روند رأی‌دادن در انتخابات به *قانون دووورگر*^۳ معروف است و پایه و اساس ایجاد وضعیت دو حزبی در بیشتر کشورهاست (منظور از دو حزبی این است که در زمان‌های مختلف از حیات سیاسی کشور فقط دو حزب پیش‌رو و سوی‌دهنده‌ی سیاست‌های کشور هستند، اما الزامی ندارد که همیشه همین دو حزب باشند، بلکه ممکن است در طول زمان احزاب در پیش‌رو بودن جایشان را به یکدیگر بدهند، ولی ممکن نیز هست که (مانند آمریکا

۱- Non-Ranked ballot systems

۲- Plurality

۳- Duverger's law

از دویست سال پیش) تنها دو حزب پیش‌رو باشند و مدت‌ها هم این وضعیت تغییر نکند.

وجود دو نامزد از حزب‌های پیش‌رو که صحنه‌ی انتخابات را در دست دارند، باعث می‌شود که چنانچه نامزد دیگری بخواهد وارد انتخابات شود، رأی نامزد هم‌فکر و هم‌روش خود را در یکی از دو حزب اصلی بشکند و این اصلاً خوشایند دو حزب قدرت‌مند نیست. به همین دلیل زمانی که در اعلام برنده از روش اکثریت نسبی استفاده می‌شود، دو حزب قدرت‌مند تمام سعی خود را برای کم رنگ شدن یا نابودی احزاب جدید می‌کنند، تا آن‌ها در زمان انتخابات مشکلی ایجاد نکنند.

یکی دیگر از اشکالات اعلام برنده با روش اکثریت این است که مبارزات انتخاباتی نامزدهای پیش‌رو بیشتر به یک جنگ قدرت می‌نماید و نامزدها از هیچ کاری برای آسیب رساندن به نامزد رقیب فروگذار نمی‌کنند و حتی بعضی اوقات وعده‌هایی در این بین به طرفداران داده می‌شود که اصلاً امکان عملی کردن آن‌ها نیست و این وعده‌ها با بالابردن توقع جامعه، باعث ایجاد مشکلات اجتماعی می‌شوند.

۱- ب- اکثریت مطلق قاطع^۴

بحث در مورد اکثریت مطلق قاطع چندان نیست، زیرا به تنهایی کارگشا نبوده و معمولاً در انتخابات کوچک یا درون سازمانی و یا درون گروهی از آن استفاده می‌شود.

در این روش نامزد برنده کسی است که بیش از ۵۰٪ آراء را کسب کرده باشد (اکثریت مطلق)، باید توجه داشت در این روش ملاک شمارش که نسبت به آن درصد محاسبه می‌شود، تعداد کل افراد واجد شرایط رأی‌دادن است، چه آن‌هایی که رأی داده‌اند و چه آن‌هایی که به دلایلی رأی نداده‌اند.

مثال ۲: کلوپ شبانه‌ای دارای ۱۰۰ عضو است و برای پذیرش عضو جدید، طبق قانون کلوپ باید رأی‌گیری انجام شود و برنده با استفاده از روش اکثریت

مطلق قاطع اعلام گردد. حال فرض کنید که تنها یک نامزد عضویت داریم و اعضا با نوشتن بله یا خیر روی برگه‌های خود درباره‌ی عضویت او نظر می‌دهند. نتایج به صورت ۴۰ تا بله، ۳۰ تا خیر و ۳۰ نفر هم که یا حضور نداشته‌اند و یا رأی نداده‌اند، به دست آمده است. حال طبق روش اکثریت مطلق قاطع فرد مورد نظر برنده نیست زیرا باید حداقل ۵۱ رأی مثبت می‌داشت تا می‌توانست عضو این باشگاه شود.

۱- ج- اکثریت مطلق ساده^۵

این روش نیز همانند روش اکثریت مطلق قاطع کارساز نیست. در این روش فرد یا حالتی برنده می‌شود که باز هم بیش از ۵۰٪ آراء را کسب کرده باشد، اما در این جا ملاک محاسبه‌ی درصد تنها آراء صحیح است و کل آراء اخذ شده و نیز تعداد واجدین شرایط رأی‌دادن هیچ تأثیری روی محاسبه ندارد.

مثال ۳: فرض کنید سه موضوع A، B و C در مجمعی که صد عضو دارد مورد بحث قرار گرفته و قرار شده است مشکل با رأی‌گیری حل شود و در اعلام برنده از روش اکثریت مطلق ساده استفاده شود. نتایج حاصله به صورت زیر است:

۲۰ رأی برای موضوع A.

۴۰ رأی برای موضوع B.

۱۰ رأی برای موضوع C.

۱۰ رأی خالی.

۲۰ نفر یا رأی نداده‌اند یا حاضر نبوده‌اند.

حال با توجه به این که ۷۰ رأی صحیح وجود دارد و از این تعداد ۴۰ تایی آن را B کسب کرده است، موضوع B اکثریت مطلق ساده‌ی انتخابات را کسب کرده و برنده‌ی انتخابات است.

مثال ۴: فرض کنید می‌خواهیم برای کلویی که در مثال ۲ گفته شد، رئیسی انتخاب کنیم. این سمت چهار نامزد دارد و روش اعلام برنده، اکثریت مطلق ساده است. نتایج شمارش به صورت زیر است:

۲۰ رأی برای اسحاق

۲۰ رأی برای سام

۴۰ رأی برای سارا

۲ رأی برای ماریا

۱۸ نفر یا رأی نداده‌اند و یا حاضر نبوده‌اند.

می‌توان دید که سارا که ۴۰ رأی به دست آورده بازهم نتوانسته ۵۰٪ زمینهای شمارش را نه در روش اکثریت مطلق ساده و نه قطعی به دست آورد، پس این انتخابات فاقد برنده است و این یکی از مشکلات این دو روش است.

۱-د- اکثریت مطلق دو سوم^۶

این روش نیز دارای دو زیر روش قطعی و ساده است. در این روش برنده کسی است که حداقل دو سوم آراء را کسب کرده باشد.

در روش ساده‌ی آن، زمینهای محاسبه تنها آراء صحیح است؛ و در روش قاطع آن زمینهای محاسبه، کل تعداد واجدین شرایط است.

مثال ۵: در نظر بگیرید که برای انتخاب پاپ، ۱۲۰ کاردینال از سراسر دنیا جمع شده‌اند تا از میان سه نامزد این سمت، یکی را انتخاب کنند. از این ۱۲۰ کاردینال به دلایلی فقط ۱۰۰ نفر آن‌ها رأی می‌دهند و نتایج نیز به شرح ذیل است:

۶۷ کاردینال به A.

۲۰ کاردینال به B.

۱۳ کاردینال به C.

۶- Two-thirds majority

در نتیجه طبق روش اکثریت مطلق دو سوم ساده، نامزد A برنده‌ی انتخابات است؛ در صورتی که با همین وضعیت هیچ کس برنده‌ی اکثریت مطلق دو سوم قاطع نیست.

۱- ه- روش دو دور حذفی^۷

این روش نیز یکی از پرفرودارترین روش‌های اعلام برنده است، اما در بعضی نقاط دنیا، قواعدش کمی متفاوت از حالت استاندارد است. به صورت معمول در انتخاباتی که برگزار می‌شود، اگر نامزدی اکثریت مطلق ساده‌ی آراء (و در بعضی نقاط اکثریت مطلق که زمینه‌ی محاسبه، کل آراء اخذ شده است.) را به دست آورد، برنده‌ی انتخابات است و چنانچه هیچ نامزدی این ملاک را نداشته باشد، دو نامزد که بیشترین رأی را به دست آورده‌اند در یک دور دیگر با یکدیگر رقابت می‌کنند و برنده‌ی انتخابات اصلی، برنده‌ی دور دوم با ملاک اکثریت مطلق است.

مثال ۶: در مثال ۱ چنانچه از این روش استفاده کنیم، انتخابات به دور دوم کشیده می‌شود و نامزد راست تندرو در مقابل نامزدی از چپ که ۱۳٪ آراء را به دست آورده قرار می‌گیرد و احتمالاً انتظار می‌رود که چون ۸۰٪ طرفدار چپ هستند، نامزد چپ برنده‌ی انتخابات شود. هرچند که واقعاً معلوم نیست که فردی که ۱۳٪ آراء را به دست آورده است نماینده‌ی واقعی گروه چپ باشد و بتواند انتخابات را ببرد.

۱- و- روش رأی توافقی^۸

روش‌های گفته شده تا به حال همگی از یک روند برگزاری انتخابات استفاده می‌کنند ولی روشی که می‌خواهیم در مورد آن صحبت کنیم نیاز به یک روند برگزاری ویژه دارد.

Two round runoff -۷

Approval voting -۸

در این روش رأی‌دهندگان در هنگام رأی‌دادن می‌توانند به هر نامزدی که بخواهند رأی بدهند و یا هیچ رأیی ندهند، اما حق ندارند به یک نامزد بیش از یک رأی دهند. برای مثال می‌توان گفت که اگر در انتخاباتی پنج نامزد A، B، C، D و E حضور داشته باشند، آن‌گاه رأی‌دهنده می‌تواند فقط به D رأی دهد یا این که به A، D و E هر کدام فقط یک رأی بدهد و یا به همه‌ی نامزدها یک رأی بدهد، در هر حال برنده کسی است که اکثریت نسبی کل آراء را به دست آورد.

شاید بتوان گفت که روند رأی‌توافقی یک تغییر زیرکانه در روش اکثریت نسبی است که اجازه می‌دهد تا از یک نامزد سوم هم در مقابل دو نامزد پیش‌رو حمایت شود. حال چنان‌چه این نامزد سوم با یکی از نامزدهای پیش‌رو توافق کند، می‌تواند نامزد رقیب را از صحنه خارج کند.

روش انجام این عمل به این صورت است که نامزد سوم طرفدارانش را راضی می‌کند تا یک رأی هم به نامزدی که با او توافق کرده، بدهند. در این صورت نامزد پیش‌رویی که با نامزد سوم توافق کرده، برنده خواهد بود. اما این عمل عموماً پرهزینه، دردسرساز و خطرناک است.

حال برای این که بیشتر با موضوع آشنا شویم مثالی ذکر می‌کنیم و سپس حالت‌های گوناگون را روی آن بررسی می‌کنیم.

مثال ۷: در یک انتخابات سه حزب دموکرات، کارگر و محافظه‌کار به عنوان رقیب شرکت دارند. این احزاب هر کدام با یک نامزد در این انتخابات شرکت می‌کنند. نتایج پیش‌بینی‌ها نشان می‌دهد که ۴۵٪ رأی‌دهندگان به نامزد محافظه‌کار رأی می‌دهند و به بقیه هیچ علاقه‌ای ندارند. ۳۰٪ رأی‌دهندگان نامزد حزب کارگر را به عنوان رأی حتمی در نظر دارند، اما نامزد دموکرات را بر محافظه‌کار ترجیح می‌دهند و ممکن است به او نیز یک رأی بدهند. و نیز ۲۵٪ رأی‌دهندگان نامزد دموکرات را بر دیگران ترجیح می‌دهند، اما ممکن است به نامزد حزب کارگر نیز یک رأی بدهند.

برای این که بتوانیم کار تحلیل انتخابات را به صورت ساده‌تری در آوریم، لازم است تا آن را به صورتی خلاصه ارائه کنیم. در این جا چنان چه بنویسیم " ۳۰٪: کارگر < دموکرات < محافظه کار " منظور این است که ۳۰٪ از رأی‌دهندگان به حزب کارگر حتماً رأی می‌دهند و نیز دموکرات را بر محافظه کار ترجیح می‌دهند و اگر قرار باشد رأی دیگری بدهند به دموکرات می‌دهند. همچنین اگر بنویسیم " ۴۵٪: محافظه کار < کارگر = دموکرات " منظور این است که ۴۵٪ فقط به محافظه کار رأی می‌دهند و دو حزب دیگر برایشان یکسان است، پس به هیچ کدام رأی نمی‌دهند. پس پیش‌بینی فوق از انتخابات به صورت زیر در می‌آید:

۴۵٪: محافظه کار < کارگر = دموکرات

۳۰٪: کارگر < دموکرات < محافظه کار

۲۵٪: دموکرات < کارگر < محافظه کار

در روش رأی توافقی نمی‌توان از روی این پیش‌بینی‌ها به نتیجه‌ی قطعی رسید، زیرا ممکن است دو حزب دموکرات و کارگر با هم به توافقی برای حذف حزب محافظه کار برسند و در نتیجه کار اعلام برنده پیچیده‌تر شود. اما واقعاً پس از حذف حزب محافظه کار کدام یک از دو گروه دیگر می‌توانند برنده باشند؟

اگر تمام طرفداران حزب دموکرات به حزب کارگر نیز یک رأی بدهند و نیز تمام طرفداران حزب کارگر به دموکرات نیز یک رأی بدهند، آن‌گاه انتخابات فاقد برنده خواهد بود. حال فرض کنید تمام طرفداران دو حزب گفته شده به غیر از یک نفر به این روش عمل کنند و آن یک نفر فقط به دموکرات رأی دهد، آن‌گاه نتیجه‌ی انتخابات به نفع دموکرات‌ها خواهد بود. همچنین اگر یک نفر فقط به دموکرات و دو نفر فقط به کارگر رأی دهند، و بقیه نیز به همان روش بالا عمل کنند، این بار حزب کارگر برنده است.

و همین‌طور می‌توان ادامه داد. اما با بررسی همین سه حالت می‌توان دید که همه‌ی رأی‌دهندگان به یکی از دو حزب کارگر و یا دموکرات، انگیزه‌ی کافی دارند تا فقط به حزب اصلی خود رأی دهند تا بر خلاف توافق به برنده‌شدن آن کمک کنند، اما هرچه این تعداد افزایش یابد، احتمال برتری حزب محافظه‌کار هم افزایش خواهد یافت.

با این تفاسیر می‌توان گفت که نتیجه‌ی انتخابات وابسته به بازی مرغ و روباهی است که بین دو حزب کارگر و دموکرات وجود دارد و اگر هر دو به هم رأی دهند، انتخابات بی‌نتیجه است و چنان‌چه هیچ کدام به دیگری رأی ندهند، باز سر جای اولشان هستند و در این بین حزب محافظه‌کار است که شانس واقعی را دارد. و لازم به گفتن نیست که این روند به واقع یک روند آشوب‌وار برای تحلیل یک انتخابات واقعی است.

با دقت بیشتر روی مسئله می‌توان درک کرد که اشکال اصلی از روند حمایت رأی‌دهندگان از نامزد مورد نظرشان است. در این روش هر رأی‌دهنده دارای دو سطح حمایتی برای نامزدهاست. سطح اول، دادن یک رأی و سطح دوم ندادن رأی. با کمی تغییر در این سطوح و تبدیل آن‌ها به سه سطح حمایتی، بسیاری از این مشکلات حل می‌شود که ما بعداً در روش‌های دارای ترتیب و امتیازبندی از آن‌ها صحبت خواهیم کرد.

پس از بررسی ایرادها، نوبت به بررسی یک حسن این روش می‌رسد. این روش با این‌که جنبه‌هایی از عادلانه بودن را دارد که روش‌های گفته شده در قبل آن‌ها را ندارند، اما نیاز به خرج اضافی برای برگزاری ندارد و با همان امکانات برگزاری روش‌های قبل به راحتی می‌توان این انتخابات را نیز برگزار کرد.

۲- روش‌های دارای ترتیب یا امتیازبندی^۹

روش‌های دارای امتیازبندی به رأی‌دهندگان اجازه می‌دهد که نامزدهای مورد نظر خود را به ترتیب علاقه‌ی خود روی برگه بنویسند. همچنین در عین این‌که فرد می‌تواند تمام نامزدها را روی برگه خود بنویسد، می‌تواند فقط یک یا چند تا از آن‌ها را نام ببرد، و نیز در بعضی از روش‌ها می‌توان در یک جایگاه، بیش از یک نامزد را قرار داد.

در بعضی نقاط دنیا تغییراتی محلی روی این روش‌ها داده شده است، مثلاً در استرالیا برای این‌که یک برگه در شمارش لحاظ شود باید همه‌ی نامزدها در آن فهرست شده باشند، ولی این عمومیت ندارد و معمولاً می‌توان با برگه‌هایی که تنها تعدادی را فهرست کرده‌اند و یا این‌که مکان‌هایی را خالی رها کرده و بعد از آن مکان‌ها، اسامی تعدادی نامزد را نوشته‌اند، نیز کار کرد.

یک قانون عمومی در مورد همه‌ی این روش‌ها وجود دارد و آن این است که در برگه‌هایی که تمام نامزدها در آن نوشته نشده‌اند، نامزدهای باقیمانده به عنوان آخرین جایگاه، مورد محاسبه قرار می‌گیرند.

۲- الف- روش بوردا^{۱۰}

روش بوردا یک روش مبتنی بر مجموع امتیازات است. در این روش به اولین انتخاب روی برگه امتیاز خاص و ثابتی داده می‌شود، به دومین انتخاب نیز امتیاز معینی داده می‌شود و این روند تا آخرین انتخاب ادامه پیدا می‌کند. در پایان فردی برنده‌ی این روش است که بیشترین مجموع امتیازات را به خود اختصاص داده باشد.

۹- Ranked ballot methods

۱۰- Borda

یک حالت استاندارد امتیازگذاری برای انتخاب‌ها این است که اگر n نامزد در انتخابات شرکت دارند، به اولین انتخاب برگه‌ها امتیاز n ، به دومین انتخاب امتیاز $n-1$ و به همین ترتیب به آخرین انتخاب امتیاز ۱ داده شود. تغییر این روند امتیازدهی و همچنین استانداردهای دیگری که می‌توان تعریف کرد، روی برنده‌ی انتخابات تأثیر می‌گذارد، ولی لازم است توجه شود، اصول این روش در همه‌ی زیرروشه‌هایش یکسان است.

مثال ۸: قرار است انتخاباتی در ایالت تِنسی برای انتخاب مرکز ایالت برگزار شود. چهار شهر ممفیس، نشویل، چاتانوگا و ناکسویل نامزد این سمت هستند. رأی‌دهندگان تمایل دارند تا به ترتیب به شهرهایی رأی دهند که از نظر فاصله به آن‌ها نزدیک‌ترند. همچنین جمعیت این شهرها به اضافه‌ی جمعیتی که از طریق مترو به آن‌ها متصل‌اند به صورت زیر است:



ممفیس : ۸۲۶۳۳۰

نشویل : ۵۱۰۷۸۴

چاتانوگا : ۲۸۵۵۳۶

ناکسویل : ۳۳۵۷۴۶

با توجه به جمعیت هر یک از این شهرها و نیز نقشه‌ی جغرافیایی آن‌ها، می‌توان پیش‌بینی کرد که روند آراء به صورت زیر باشد.

۴۲٪ که به ممفیس نزدیک‌ترند	۲۶٪ که به نشویل نزدیک‌ترند	۱۵٪ که به چاتانوگا نزدیک‌ترند	۱۷٪ که به ناکسویل نزدیک‌ترند
ممفیس	نشویل	چاتانوگا	ناکسویل
نشویل	چاتانوگا	ناکسویل	چاتانوگا
چاتانوگا	ناکسویل	نشویل	نشویل
ناکسویل	ممفیس	ممفیس	ممفیس

با توجه به روش امتیاز‌گذاری استاندارد، به اولین انتخاب ۴ امتیاز، به دومین آن ۳ امتیاز، به سومی ۲ امتیاز و به آخری نیز ۱ امتیاز می‌دهیم، پس نتایج به صورت زیر در می‌آید.

مجموع	انتخاب چهارم	انتخاب سوم	انتخاب دوم	انتخاب اول	
۲۲۶	$۵۸ \times ۱ = ۵۸$	۰	۰	$۴۲ \times ۴ = ۱۶۸$	ممفیس
۲۹۴	۰	$۳۲ \times ۲ = ۶۴$	$۴۲ \times ۳ = ۱۲۶$	$۲۶ \times ۴ = ۱۰۴$	نشویل
۲۷۳	۰	$۴۲ \times ۲ = ۸۴$	$۴۳ \times ۳ = ۱۲۹$	$۱۵ \times ۴ = ۶۰$	چاتانوگا
۲۰۷	$۴۲ \times ۱ = ۴۲$	$۲۶ \times ۲ = ۵۲$	$۱۵ \times ۳ = ۴۵$	$۱۷ \times ۴ = ۸۵$	ناکسویل

در نتیجه با استفاده از روش امتیاز‌گذاری بوردا، نشویل برنده‌ی انتخابات است، هرچند که دارای اکثریت نسبی آراء در اولین انتخاب نیست.

در روش استاندارد امتیاز‌گذاری بوردا، امتیازدهی به نامزدها معمولاً از بالا انجام می‌گیرد. یعنی به همان صورتی که گفته شد. پس می‌توان نتیجه گرفت که اگر فقط یک نامزد در برگه‌ای نوشته شده بود، به آن امتیاز بالاترین رده اختصاص می‌یافت و به همین ترتیب برای برگه‌های دیگری که تعداد کمتری نام نسبت به تعداد کل نامزدها در آن ذکر شده است. اما روند دیگری نیز برای امتیاز‌گذاری وجود دارد و آن این است که امتیاز‌گذاری از پایین انجام گیرد، در این روند چنان‌چه در برگه‌ای فقط نام یک نامزد آمده باشد، به آن امتیاز ماقبل آخر داده می‌شود.

انتخاب هر کدام از دو گونه‌ی بالا باعث اتخاذ استراتژی‌های خاصی توسط رأی‌دهندگان می‌شود. چنان‌چه روند امتیازدهی از بالا انجام گیرد، رأی‌دهندگان سعی می‌کنند تا فقط نامزد مورد نظر خود را در برگه بنویسند و از نامزدهای دیگر صرف نظر کنند. اما چنان‌چه روند معکوس آن برگزیده شود، رأی‌دهنده سعی می‌کند تا تمام مکان‌ها را با نامزدهایی پر کند تا نامزد مورد نظرش در بالاترین رتبه قرار گیرد.

روش بوردا در عین برتری‌هایی که دارد، در بعضی جهات دارای ضعف‌هایی است. این روش بعضی از اصول عادلانه بودن انتخابات را در خود ندارد، که چند مورد آن را به صورت خلاصه بررسی می‌کنیم.

احتمال ارائه‌ی رأی واقعی توسط افراد در بعضی موارد بسیار کم است. فرض کنید در انتخاباتی دو نامزد پیش‌رو وجود دارند و مابقی شانس کمی دارند، اگر رأی‌دهنده‌ای بخواهد به یکی از آن مابقی رأی دهد، با یک تحلیل ساده متوجه می‌شود که اگر در اولین انتخاب خود به نامزد مورد علاقه‌اش رأی دهد، و سپس در دومین انتخاب به یکی از نامزدهای پیش‌رو، تأثیر رأیش روی انتخابات کمتر از فردی است که در اولین انتخاب به نامزدهای پیش‌رو رأی می‌دهد. به همین دلیل او نیز سعی می‌کند تا یکی از نامزدهای پیش‌رو را برگزیند و در نتیجه او در واقع مجبور شده تا به گونه‌ای که اکثریت می‌خواهند رأی دهد، نه به گونه‌ای که خودش می‌خواهد.

روش شمارش امتیازات بوردا این انگیزه را ایجاد می‌کند که رأی‌دهندگان به یک روند استراتژیک رأی‌دادن روی آورند. مثلاً در مثال ۷ را در نظر بگیرید، در واقع روش رأی توافقی، نمونه‌ای از روش بوردا است که در آن به تمام نامزدهایی که توسط افراد به آن‌ها رأی داده شده، یک امتیاز و به نامزدهایی که به آن‌ها رأی داده نشده است، صفر امتیاز می‌دهند.

این روش امتیازگذاری معجزات دیگری نیز دارد. فرض کنید دو انتخابات مشابه برگزار می‌شود که در آن همه چیز حتی آراء ریخته شده به صندوق‌ها نیز یکی هستند و تنها تفاوت در این است که در انتخابات دوم فردی شرکت دارد که در انتخابات اول نیست ولی هیچ برگه‌ی رأیی نیز وجود ندارد که نام او در آن باشد و برگه‌ها دقیقاً همانند انتخابات اول هستند. با این حال این روش ممکن است در هریک از این دو انتخابات، دو فرد متفاوت را برنده اعلام کند.

مثال ۹: در دو انتخابات نتایج حاصله به صورت زیر است، اما در انتخابات دوم فرد D شرکت دارد که در انتخابات اول نیست.

نوع سوم	نوع دوم	نوع اول
C	B	A
	C	
٪۱۸	٪۴۰	٪۴۲

در این جدول شکل برگه‌های رأی ریخته شده به صندوق‌ها و نیز فراوانی هر یک آمده است. مثلاً در ستون اول مشخص شده که ٪۴۲ برگه‌های رأی فقط A را به عنوان اولین انتخاب خود در نظر گرفته‌اند.
حال به محاسبه‌ی امتیازات بپردازیم. برای هر یک از نامزدها در هر یک از این دو انتخابات می‌پردازیم. برای این منظور جدول قبل را برای مشخص شدن روند امتیازدهی به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم.

نوع سوم	نوع دوم	نوع اول
C	B	A
	C	
A,B	A	B,C
٪۱۸	٪۴۰	٪۴۲

انتخابات اول

مجموع	انتخاب سوم	انتخاب دوم	انتخاب اول	
۱۸۴	$۵۸ \times ۱ = ۵۸$	۰	$۴۲ \times ۳ = ۱۲۶$	A
۱۸۰	$۶۰ \times ۱ = ۶۰$	۰	$۴۰ \times ۳ = ۱۲۰$	B
۱۷۶	$۴۲ \times ۱ = ۴۲$	$۴۰ \times ۲ = ۸۰$	$۱۸ \times ۳ = ۵۴$	C

انتخابات دوم

	انتخاب اول	انتخاب دوم	انتخاب سوم	انتخاب چهارم	مجموع
A	$42 \times 4 = 168$.	.	$58 \times 1 = 58$	۲۲۶
B	$40 \times 4 = 160$.	.	$60 \times 1 = 60$	۲۲۰
C	$18 \times 4 = 72$	$40 \times 3 = 120$.	$42 \times 1 = 42$	۲۳۴
D	.	.	.	$100 \times 1 = 100$	۱۰۰

در این دو جدول امتیازات، برنده‌ها با خط کلفت‌تر مشخص شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود در انتخابات اول، نامزد A برنده شده است در صورتی که در انتخابات دوم با همان برگه‌های رأی نامزد C برنده‌ی انتخابات گردیده است. این روش همچنین از یکی از ملاک‌های اصلی عادلانه بودن که برگزیده شدن برنده از فهرست اکثریت است، تخطی می‌کند. این ملاک بیان می‌دارد که انتخابات، عادلانه است هرگاه برنده از فهرستی باشد که اکثریت به آن رأی داده‌اند. (این ملاک با نام اکثریت دو سویه نیز شناخته می‌شود).

مثال ۱۰: انتخاباتی با هفت نامزد برگزار می‌شود. نتایج در جدول زیر آمده است.

نوع اول	نوع دوم	نوع سوم	نوع چهارم
A	F	F	G
C	G	B	F
D	B	G	E
E	E	E	B
%۳۸	%۳۰	%۲۳	%۱۰

فهرست اکثریت، در این انتخابات ستون اول است، حال به نتایج توجه

کنید.

	انتخاب اول	انتخاب دوم	انتخاب سوم	انتخاب چهارم	انتخاب پنجم	انتخاب ششم	انتخاب هفتم	مجموع
A	۲۵۹	۰	۰	۰	۰	۰	۶۳	۳۲۲
B	۰	۱۳۸	۱۵۰	۴۰	۰	۰	۳۷	۳۶۵
C	۰	۲۲۲	۰	۰	۰	۰	۶۳	۲۸۵
D	۰	۰	۱۸۵	۰	۰	۰	۶۳	۲۴۸
E	۰	۰	۵۰	۳۶۰	۰	۰	۰	۴۱۰
F	۳۷۱	۶۰	۰	۰	۰	۰	۳۷	۴۶۸
G	۷۰	۱۸۰	۱۱۵	۰	۰	۰	۳۷	۴۰۲

ملاحظه می‌کنید که F برنده‌ی انتخابات است در صورتی که در فهرست اکثریت وجود ندارد.

۲-ب- روش حذفی دوری (رأی تناوبی، خرگوش صحرائی)^{۱۱}

این روش بیشتر با نام رأی تناوبی شناخته شده است و در بعضی نقاط دنیا به آن روش خرگوش صحرائی و یا برتری گزینی نیز گفته می‌شود. روش حذفی دوری از روش‌های دارای امتیازبندی است که بسیار شبیه به روش‌های چند دور حذفی (مانند دو دور حذفی) است که در آمریکا آن را با نام روش حذفی دوری می‌شناسند.

در این روش نقش اصلی را اولین انتخاب برگه‌ها بازی می‌کند، هرگاه نامزدی در شمارش اولین انتخاب‌های برگه‌ها توانست اکثریت مطلق را به دست آورد، او برنده‌ی انتخابات است ولی اگر چنین اتفاقی نیفتاد، نامزدی که کمترین رأی اول را به خود اختصاص داده است، حذف می‌شود و آرائش به نامزد بلافاصله بعد از او در برگه‌هایی که او رأی اول را داشته است منتقل می‌شود. در این مرحله اگر نامزدی

۱۱- Instant runoff voting (The alternative vote / Hare) (IRV)

اکثریت مطلق را به دست آورد، برنده‌ی انتخابات است، در غیر این صورت روند فوق ادامه پیدا می‌کند تا نامزدی با اکثریت مطلق را معین شود.

مثال ۱۱: چهار نامزد راست تندرو، راست، چپ و چپ تندرو در انتخاباتی

شرکت دارند. نتایج به دست آمده به صورت زیر است:

قبل از نوشتن نتایج، نمادگذاری مورد استفاده را توضیح می‌دهیم.

چنان‌چه نوشته باشیم " $A < B < C$ " منظور این است که ۵٪

برگه‌ها در انتخاب اول خود نامزد A، در انتخاب دوم نامزد B و در انتخاب سوم نامزد

C را برگزیدند. به علاوه اگر نامزدهایی در برگه‌ای نیامده باشند، آن‌ها را به عنوان

آخرین انتخاب در نظر می‌گیریم.

اطلاعات مسئله به شرح ذیل است:

۵٪: راست تندرو < راست < چپ < چپ تندرو

۴۰٪: راست < راست تندرو < چپ < چپ تندرو

۳۶٪: چپ < چپ تندرو < راست < راست تندرو

۱۹٪: چپ تندرو < چپ < راست < راست تندرو

برای شروع روش حذفی دوری، رأی اول‌ها را در جدولی مرتب می‌کنیم:

راست تندرو	راست	چپ	چپ تندرو
۵٪	۴۰٪	۳۶٪	۱۹٪

هیچ نامزدی اکثریت مطلق آراء را به دست نیاورده است، پس دور اول

حذف شروع می‌شود و نامزد راست تندرو حذف گشته، آرائش به نامزد بعد از خود در

برگه‌هایی که او رأی اول بوده است، یعنی نامزد راست منتقل می‌شود.

چپ تندرو	چپ	راست	راست تندرو
%۱۹	%۳۶	$\%۴۰ + \%۵ = \%۴۵$	

اینک کسی اکثریت مطلق را به دست نیاورده است پس دور دوم حذف شروع و نامزد چپ تندرو حذف می‌شود و آرایش به نامزد چپ منتقل می‌گردد.

چپ تندرو	چپ	راست	راست تندرو
	$\%۳۶ + \%۱۹ = \%۵۵$	$\%۴۰ + \%۵ = \%۴۵$	

چون نامزد چپ اکثریت مطلق را کسب کرده است، روش حذفی دوری به پایان می‌رسد و نامزد چپ برنده‌ی انتخابات می‌شود.

مثال ۱۲: مثال ۸ را دوباره با این روش هم بررسی می‌کنیم تا تفاوت‌ها مشخص شود و مقایسه‌ای نیز بین روش‌ها صورت گیرد.

هدف این بود که از بین چهار نامزد مرکزیت ایالت تنسی، یکی را با رأی‌گیری از مردم ایالت بر گزینیم. اطلاعات مسئله به صورت زیر بود:



ممفیس : ۸۲۶۳۳۰

نشویل : ۵۱۰۷۸۴

چاتانوگا : ۲۸۵۵۳۶

ناکسویل : ۳۳۵۷۴۶

با توجه به جمعیت هر یک از این شهرها و نیز نقشه‌ی جغرافیایی، می‌توان پیش‌بینی کرد که روند آراء به صورت زیر باشد.

۴۲٪ که به ممفیس نزدیکترند	۲۶٪ که به نشویل نزدیکترند	۱۵٪ که به چاتانوگا نزدیکترند	۱۷٪ که به ناکسویل نزدیکترند
ممفیس	نشویل	چاتانوگا	ناکسویل
نشویل	چاتانوگا	ناکسویل	چاتانوگا
چاتانوگا	ناکسویل	نشویل	نشویل
ناکسویل	ممفیس	ممفیس	ممفیس

رای اول‌ها را جدا می‌کنیم:

ممفیس	نشویل	ناکسویل	چاتانوگا
۴۲٪	۲۶٪	۱۷٪	۱۵٪

هیچ یک از نامزدها اکثریت مطلق را کسب نکرده‌اند، پس دور اول حذف

شروع می‌شود:

چاتانوگا	ناکسویل	نشویل	ممفیس
	$۱۷\% + ۱۵\% = ۳۲\%$	۲۶٪	۴۲٪

و اینک دور دوم حذف:

چاتانوگا	ناکسویل	نشویل	ممفیس
	$۳۲\% + ۲۶\% = ۵۸\%$		۴۲٪

در این دور همان‌طور که دیدید نشویل حذف شد، اما در برگه‌های رأیی که

او اول بود، چاتانوگا مکان دوم را داشت، ولی چاتانوگا قبلاً حذف شده بود و در نتیجه

آراء به صورت خودکار به ناکسویل می‌رسد و باعث کسب اکثریت مطلق توسط این نامزد می‌شود.

در این جا ناکسویل برنده‌ی انتخابات است، ولی اگر به مثال ۸ مراجعه کنید، خواهید دید که نشویل برنده است!

۲-ب-۱- رخنه‌ها و اشکالات روند حذفی دوری

در نظر گرفتن این قسمت برای این روش به این دلیل است که از این روش در بعضی نقاط دنیا نظیر آمریکا و استرالیا استفاده می‌شود!

۲-ب-۱-الف- سازش

با بررسی مثال قبل مطلب را توضیح می‌دهیم. در آن مثال اگر رأی‌دهندگان به ممفیس ظنن شوند که بیش از نصف آراء را به دست نخواهند آورد، و نیز این که بقیه‌ی رأی‌دهندگان شهر آن‌ها را به عنوان آخرین انتخاب برگزیده‌اند، آن‌گاه با یک سازش با شهر نشویل که به آن‌ها از نظر فاصله نزدیک‌تر است، نشویل را به عنوان اولین انتخاب برمی‌گزینند تا ناکسویل را مغلوب سازند.

همین‌طور اگر شهر چاتانوگا بخواهد به هر قیمتی مرکزیت ایالت را به دست آورد، و نیز رأی‌دهندگان ممفیس موضوع عدم برتری‌شان را ندانند، چاتانوگا می‌تواند با رأی‌دهندگان نشویل کنار بیاید تا آن‌ها او را به عنوان رأی اول خود برگزینند و در نتیجه باز هم ناکسویل از دور خارج شود.

۲-ب-۱-ب- عدم انتخاب مناسب‌ترین

شاید بیان این موضوع در این‌جا عجیب باشد، مخصوصاً که ملاک مناسب‌ترین همیشه و همه‌جا یک تعریف مشخص ندارد. اما به هر حال در این قسمت بر روی نامزدهایی بحث می‌کنیم که افراد نیستند و معمولاً حالت‌ها، قانون‌ها و یا امکانات‌اند. به همین دلیل ملاک مناسب‌ترین را آنچه می‌گیریم که مردم آن جامعه بیشتر می‌پسندند، برای آشکار شدن موضوع مثالی می‌آوریم.

مثال ۱۳: فرض کنید سه قانون اساسی A، B و C برای اروپا نوشته شده و این قانون‌ها برای انتخاب توسط مردم، به انتخابات گذاشته می‌شوند و در آن از روش حذفی دوری برای اعلام برنده استفاده می‌شود. نتایج آراء ایتالیا به صورت زیر است:

نوع اول	نوع دوم	نوع سوم	نوع چهارم
C	C	B	A
B	A	C	C
A	B	A	B
%۱۳	%۱۱	%۳۸	%۳۸

رای اول‌ها را جدا می‌کنیم و داریم:

C	B	A
%۲۴	%۳۸	%۳۸

چون هیچ یک اکثریت مطلق را کسب نکرده‌اند پس حذف شروع می‌شود.

C	B	A
	$\%۳۸ + \%۱۳ = \%۵۱$	$\%۳۸ + \%۱۱ = \%۴۹$

که در نتیجه، قانون اساسی B برنده‌ی انتخابات می‌شود. ولی اگر بر روی جدول نتایج انتخابات دقت کنید، خواهید دید که مردم با قانون اساسی C راحت‌تر کنار می‌آیند تا با بقیه.

۲-ب-۱-ج- رسیدگی پرخرج به شکایات

در این روش اعلام برنده، هر حوزه باید آرائی را که به نحوه‌های مختلف چینش نامزدها داده شده، شمارش کرده و سپس نتیجه را به مرکز ارائه دهد و آن

مرکز با جمع‌آوری تمام نتایج، جمع تعداد آراء مختلف چیش‌ها را به دست آورده و سپس وارد روش حذفی دوری گردد.

حال اگر در پایان اعتراضی به نتایج یک یا چند حوزه باشد، آن‌گاه باید پس از رسیدگی به اعتراض، تمام روند روش حذفی دوری تکرار گردد. اما اگر اعتراض به نتیجه‌ی انتخابات در مورد وضعیت نامزدی باشد، آن‌گاه باید تمام نامزدها دوباره مورد بررسی قرار گیرند، زیرا حذف و یا برتری یک نامزد در این روند روی دیگر نامزدها مؤثر است.

۲- ج- روش‌های کندرسه^{۱۲}

برگه‌های رتبه‌بندی شده در روش‌های کندرسه به این منظور مورد استفاده قرار می‌گیرند تا بتوانند مشخص کنند در مقابله‌های رو در روی نامزدها چه کسی بر همه برتری دارد.

برای اعلام برنده‌ی انتخابات در این روش، انتخابات به یک سری مسابقات رو در روی نامزدها تبدیل می‌شود. در این مسابقات امتیازاتی به هر نامزد داده می‌شود و کسی برنده‌ی یک مسابقه‌ی رو در رو محسوب می‌گردد که امتیاز بیشتری نسبت به حریف داشته باشد.

نحوه‌ی امتیاز دادن به این صورت است که اگر مثلاً دو نامزد A و B در یک مقابله‌ی رو در رو قرار گیرند، آنگاه تعداد برگه‌هایی که نامزد A در آن‌ها در مکان بالاتری نسبت به نامزد B قرار گرفته است، به عنوان امتیاز نامزد A و به همین ترتیب تعداد برگه‌هایی که نامزد B در مرتبه‌ی بالاتری نسبت به نامزد A در آن‌ها قرار گرفته است، به عنوان امتیاز نامزد B محسوب می‌شود.

حال اگر نامزدی برنده‌ی تمام مسابقات رو در رویش با نامزدهای دیگر باشد، آنگاه برنده‌ی کندرسه و تمام روش‌هایی است که بر اصول بالا استوارند.

باید توجه داشت که اصل برنده شدن در تمام مسابقات رو در رو، ممکن است اشکالی در پی داشته باشد. این اشکال که به پارادوکس کندرسه مشهور است، بیان می‌دارد که اگر در انتخاباتی مثلاً سه نامزد A، B و C داشته باشیم و در مسابقات رو در رو، A بر B، B بر C و نیز C بر A برتری داشته باشد، آن‌گاه طبق اصول بالا ما هیچ برنده‌ای نداریم.

در آینده از روش‌هایی که همگی بر اصول کندرسه استوارند، اما از راه‌هایی برای خلاصی از این پارادوکس استفاده می‌کنند، بحث خواهیم کرد اما قبل از آن بهتر است تا مثالی که دارای برنده‌ی کندرسه است را بررسی کنیم.

مثال ۱۴: مثال ۱۱ را با همان اطلاعات در نظر می‌گیریم که در آن روش

حذفی دوری به نتیجه رسیده بود. داریم:

- ۵٪: راست تندرو < راست < چپ < چپ تندرو
- ۴۰٪: راست < راست تندرو < چپ < چپ تندرو
- ۳۶٪: چپ < چپ تندرو < راست < راست تندرو
- ۱۹٪: چپ تندرو < چپ < راست < راست تندرو

مسابقات رو در رو را شروع می‌کنیم:

- راست تندرو با **راست**: ۵٪ به ۹۵٪
- راست تندرو با **چپ**: ۴۵٪ به ۵۵٪
- راست تندرو با **چپ تندرو**: ۴۵٪ به ۵۵٪
- راست با **چپ**: ۴۵٪ به ۵۵٪
- راست با **چپ تندرو**: ۴۵٪ به ۵۵٪
- چپ** با چپ تندرو: ۸۱٪ به ۱۹٪

با مشاهدهی نتایج مسابقات (مقابله‌های) رو در رو، چپ بر همه‌ی نامزدهای دیگر غلبه کرده و توانسته تمام آن‌ها را در مقابله‌های رو در رو شکست دهد، پس او برنده‌ی انتخابات به روش کندرسه است.

روند دیگری نیز برای نشان‌دادن اطلاعات و نیز بررسی مقابله‌های دو به دو نامزدها وجود دارد و آن استفاده از ماتریس‌هاست. در این روش در هر سطر متناظر با یک نامزد، مقدار برتری‌اش بر نامزد ستون متناظر نوشته می‌شود. سپس درآیه‌های متقارن نسبت به قطر اصلی ماتریس با هم مقایسه شده، درآیه‌ی کمتر خط زده می‌شود. در پایان نامزدی برنده‌ی انتخابات است که در سطر متناظرش هیچ درآیه‌ی خط خورده نداشته باشد.

	راست تندرو	راست	چپ	چپ تندرو
راست تندرو		%۵	%۴۵	%۴۵
راست	%۹۵		%۴۵	%۴۵
چپ	%۵۵	%۵۵		%۸۱
چپ تندرو	%۵۵	%۵۵	%۱۹	

در این‌جا شاید این ابهام پیش آید که ” آیا برنده‌ی روش حذفی دوری و روش کندرسه همیشه یکی است؟ “

جواب این سؤال خیر است، ولی ممکن است در بسیاری از حالات و مخصوصاً بسیاری از وضعیت‌های انتخابات واقعی برنده‌ی هر دوی این روش‌ها یکی باشد. برای این که وضعیتی را ببینید که برنده‌ی این دو روش یکی نیست، به مثال زیر توجه کنید:

مثال ۱۵: در انتخاباتی سه گروه، راست، چپ و میانه رو شرکت دارند و

نتایج به صورت زیر است:

۳۳٪: چپ < میانه رو < راست

۱۶٪: میانه رو < چپ < راست

۱۶٪: میانه رو < راست < چپ

۳۵٪: راست < میانه رو < چپ

نمودار زیر ممکن است به درک این نوع مسائل بیشتر کمک کند. (و جالب است که تمام اطلاعات مسئله را برای همه‌ی روش‌ها در خود دارد!)

چپ ۳۳٪	میانه رو ۳۲٪	راست ۳۵٪
	< ۱۶٪	۱۶٪ >
< ۳۳٪		> ۳۵٪

برای روش حذفی دوری داریم:

چپ	میانه رو	راست
۳۳٪	۳۲٪	۳۵٪

چون هیچ یک از نامزدها اکثریت مطلق را کسب نکرده‌اند پس دور اول حذف شروع می‌شود:

چپ	میانه رو	راست
۳۳٪+۱۶٪=۴۹٪		۳۵٪+۱۶٪=۵۱٪

و راست پس از کسب اکثریت آراء، برنده‌ی انتخابات به روش حذفی دوری می‌شود.

در این جا بررسی دو موضوع خالی از لطف نیست. اول این که چنان چه گروه چپ از انتخابات کنار می‌رفت آنگاه میانه‌روها ۶۵٪ به ۳۵٪ راست را می‌بردند و اگر این کار توسط راست انجام می‌شد، باز هم میانه‌روها ۶۷٪ به ۳۳٪ چپ را از دور خارج می‌کردند.

دوم این که، اگر چپ می‌توانست پیش‌بینی کند که در این انتخابات هیچ شانس ندارد، با یک استراتژی خوب می‌توانست به طرفدارانش بقبولاند که به جای ” چپ < میانه رو < راست “، به صورت ” میانه رو < چپ < راست “ رأی دهند تا در پایان گروه میانه‌رو که عقایدی نزدیک‌تر به آنان دارند، برنده‌ی این انتخابات شوند. حال به روش کندرسه می‌پردازیم و مقابله‌های دو به دو را می‌نویسیم:

چپ با میانه رو : ۳۳٪ به ۶۷٪

چپ با راست : ۴۹٪ به ۵۱٪

راست با میانه رو : ۳۵٪ به ۶۵٪

و به صورت ماتریسی:

	چپ	میانه رو	راست
چپ		۳۳٪	۴۹٪
میانه رو	۶۷٪		۶۵٪
راست	۵۱٪	۳۵٪	

در نتیجه میانه‌رو برنده‌ی روش کندرسه است. با توجه به دو موضوعی که در قبل به آن اشاره شد و نیز این نتیجه می‌توان دید که یکی از اشکالات روش حذفی دوری این است که در اولین حرکت، با پیش فرضی نادرست دست به حذف نامزدی می‌زند، که ممکن است در مراحل بعدی دارای شانس برد بیشتری باشد. از

طرف دیگر، روش کندرسه این اشتباه را نمی‌کند، بلکه با بررسی تمام موقعیت‌های یک نامزد، نسبت به رد یا برنده شدن او نظر می‌دهد.

پس از بررسی این دو مثال، وقت آن است تا به وضعیتی بپردازیم که روش کندرسه به اصطلاح در دور می‌افتد و فاقد برنده می‌شود. روش‌هایی که در زیر می‌آید، همگی بر این تلاشند تا این مشکل روش کندرسه را با روشی عادلانه حل کنند، ولی زمانی که روش کندرسه دارای جواب است، همگی این روش‌ها همان جواب را به عنوان برنده‌ی خود اعلام می‌کنند.

۲- ج- ۱- روش مینی‌مکس (مکسی‌مین، حذف ترتیبی/پی‌درپی، برگشت پی‌درپی، سیمپسون)^{۱۳}

برای بررسی این موضوع از مثالی که فاقد برنده‌ی کندرسه است، شروع می‌کنیم و در حین مثال، روند اجرای این روش را نیز توضیح می‌دهیم.

مثال ۱۶: در انتخاباتی فرضی برای ریاست جمهوری آمریکا، سه نامزد بوش، گور و ندر شرکت دارند. در این انتخابات برعکس انتخابات واقعی که اتفاق افتاد، بوش تعدادی از طرفداران خود را از دست داده است و ندر نیز بسیاری از طرفداران گور را به خود جذب کرده است. همچنین در برگه‌های رأی، برگه‌هایی وجود دارد که هر سه مکان در آن‌ها پر نشده و در اصطلاح ناقصند، اما همان‌طور که می‌دانید، چون این روش زیرمجموعه‌ی روش‌های دارای امتیازبندی است، پس طبق قرارداد این روش‌ها، به صورت خودکار نام نامزدهای نوشته نشده را به آخر فهرست می‌افزاید.

نتایج انتخابات به صورت زیر است:

بوش : %۴۵

گور : %۱۲

۱۳- minimax (maximin / sequential dropping / successive reversal / Simpson)

۱۴٪ : گور < ندر

۲۹٪ : ندر < گور

یا به صورت نمودار:



برای مقابله های رو در رو داریم:

ندر با **گور** : ۲۹٪ به ۲۶٪

ندر با **بوش** : ۴۳٪ به ۴۵٪

گور با بوش : ۵۵٪ به ۴۵٪

یا به صورت ماتریسی:

	ندر	گور	بوش
ندر		۲۹٪	۴۳٪
گور	۲۶٪		۵۵٪
بوش	۴۵٪	۴۵٪	

پس طبق روش اصلی کاندسره برنده ای وجود ندارد.

به این وضعیت در اصطلاح یک دور می‌گویند. حال برای این که از این دور خارج شویم، آسان‌ترین راه حذف یکی از مقابله‌ها، با توجه به یک معیار است. معیار مورد نظر را معیار کمترین مقابله می‌نامند و در آن منظور این است که با توجه به تفاوت امتیازهای یک مقابله و یا با توجه به امتیاز بردن یک مقابله توسط یک نامزد، به آن مقابله یک مقدار نسبت داده شود و سپس مقابله‌ای را که کمترین مقدار را به دست آورد، از مقابله‌ها حذف و دوباره بررسی می‌کنند. اگر برنده‌ای وجود نداشت، مقابله‌ی بعدی را طبق همین معیار حذف کرده و آن قدر به این کار ادامه داده می‌دهند تا روش کندرسه به یک برنده برسد.

به این روش از این جهت نام حذف ترتیبی یا برگشت پی در پی داده‌اند، چون تا رسیدن به برنده روند خاصی را با حذف مقابله‌ها تکرار می‌کند و از این جهت به آن نام مینی‌مکس یا مکسی‌مین داده‌اند، که در آن فرد برنده، نامزدی است که کمترین باخت را دارد.

حال با توجه به دو روند معیار کمترین مقابله به بررسی مثال قبل می‌پردازیم. با توجه به روند تفاوت امتیازهای یک مقابله داریم:

ندر با گور : ۲۹٪ به ۲۶٪ : ۳=۲۹-۲۶

ندر با بوش : ۴۳٪ به ۴۵٪ : ۲=۴۳-۴۵

گور با بوش : ۵۵٪ به ۴۵٪ : ۱۰=۵۵-۴۵

با توجه به این روند، طبق معیار کمترین مقابله، مقابله‌ی ندر با بوش حذف می‌شود و داریم:

ندر با گور : ۲۹٪ به ۲۶٪

گور با بوش : ۵۵٪ به ۴۵٪

و اینک طبق روش کندرسه، نامزدی که در هیچ یک از مقابله‌ها بازنده نبوده است یعنی ندر برنده‌ی انتخابات است. حال با روند امتیاز بردن یک مقابله توسط نامزدها به بررسی این موضوع می‌پردازیم:

ندر با گور : ۲۹٪ به ۲۶٪ : ۲۹

ندر با بوش : ۴۳٪ به ۴۵٪ : ۴۵

گور با بوش : ۵۵٪ به ۴۵٪ : ۵۵

و در نتیجه، مقابله‌ی ندر با گور حذف می‌شود:

ندر با بوش : ۴۳٪ به ۴۵٪

گور با بوش : ۵۵٪ به ۴۵٪

و لذا طبق روش کندرسه نامزدی که در هیچ یک از مقابله‌ها بازنده نبوده است یعنی گور برنده است.

در این جا بد نیست به دو نکته نیز توجه کنیم.

- معیار کمترین مقابله با توجه به امتیاز برد، معیار بهتری نسبت به معیار کمترین مقابله با توجه به تفاوت امتیازهای نامزدهاست. زیرا اولاً این معیار افرادی را که دارای پشتوانه‌ی رأی قوی نیستند، از دور حذف می‌کند و ثانیاً امکان اتخاذ یک روند استراتژیک از قبل برنامه‌ریزی شده برای رأی دادن توسط رأی دهندگان را بسیار کم می‌کند.

- این دو روند، زمانی که در تمام برگه‌های رأی تمام نامزدها به ترتیبی فهرست شده باشند، هم‌ارز هم هستند و جواب یکسانی ارائه می‌کنند.

یک موضوع جالب توجه هم در این مثال وجود دارد و آن این است که با روند حذفی دوری، بوش برنده‌ی انتخابات می‌شود و ندر به عنوان یک رأی شکن برای گور عمل می‌کند. هرچند که اگر ندر را کنار بگذاریم، قطعاً گور برنده‌ی انتخابات است.

توجه: از این جا به بعد، هر جا نامی از معیار کمترین مقابله آمد، روند مورد نظر در آن، روند امتیاز بردن است، مگر صریحاً نوع دیگر ذکر شود.

۲- ج- ۲- روش مجموعه‌ی کمترین برندگان (مجموعه‌ی اسمیت) +

مینیمکس^{۱۴}

اگر تعداد مقابله‌ها بسیار زیاد باشد و نامزدهایی که باعث ایجاد دور در روش کاندسه می‌شوند، کم باشند، آن گاه استفاده از روش مینیمکس به تنهایی هم، زمان‌بر و هم بیهوده کاری است. زیرا ممکن است در بسیاری از حالت‌ها مقابله‌هایی حذف شوند که تأثیری بر روی دور ندارند.

به همین دلیل با روش‌هایی، دست به حذف نامزدهایی می‌زنیم که در دور کاندسه نقشی ندارند. یکی از روش‌ها ساختن مجموعه‌ی کمترین برندگان است. این مجموعه کوچکترین مجموعه‌ی ممکن است که نامزدهای درون آن تمام نامزدهای خارج آن را در مقابله‌ی رو در رو برده‌اند. این مجموعه را با نام مجموعه‌ی اسمیت و گاهی اوقات نام گت چا^{۱۵} می‌شناسند.

در این روش پس از ساخت مجموعه‌ی اسمیت، نامزدهایی که خارج از این مجموعه‌اند، از بین نامزدها حذف شده، مقابله‌های بقیه‌ی نامزدها که درون مجموعه قرار دارند بررسی شده و با روش مینیمکس از بین این نامزدها برنده برگزیده می‌شود.

۱۴- Minimal dominant set (Smith set) + minimax

۱۵- Generalized Top Choice Axiom

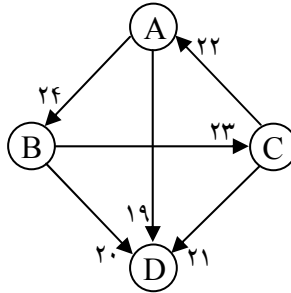
مثال ۱۷: در انتخاباتی چهار نامزد شرکت دارند و نتایج آن به صورت زیر

است.

$$\begin{array}{lll} A < D < C < B : 2 & C < B < A < D : 5 & D < C < B < A : 6 \\ D < B < C < A : 2 & D < B < A < C : 4 & B < A < C < D : 6 \\ B < D < C < A : 1 & A < C < B < D : 4 & D < A < C < B : 6 \end{array}$$

در این جا برای راحتی کار از گرافهای جهتدار برای بیان مسئله استفاده می‌کنیم. در این گرافها، جهت پیکان، جهت برتری را نشان می‌دهد، یعنی اگر پیکانی از نامزد A شروع و به نامزد B ختم شود، آنگاه A بر B برتری دارد. عدد روی پیکان نیز نشان دهنده مقدار امتیاز نامزد برنده در آن مقابله است. همچنین اگر پیکانی دو سویه بود، هیچ یک از نامزدها بر دیگری در آن مقابله‌ی رو در رو برتری ندارند. ماتریس این مثال و گراف آن به صورت زیر است.

	A	B	C	D
A		۲۴	۱۴	۱۹
B	۱۲		۲۳	۲۰
C	۲۲	۱۳		۲۱
D	۱۷	۱۶	۱۵	



با توجه به نمودار و ماتریس این مثال، نامزدهای A, B, C و یک دور می‌سازند و همگی بر D برتری دارند. در نتیجه $\{A, B, C\}$ مجموعه‌ی اسمیت است.

مثال را با روش مینی‌مکس (با استفاده از معیار کمترین مقابله با توجه به امتیاز برد) حل می‌کنیم. در اولین مرحله مقابله‌ی A با D حذف می‌شود. پس از آن مقابله‌ی D با B حذف می‌شود و در پایان مقابله‌ی D با C حذف می‌شود و بدین ترتیب D برنده‌ی روش مینی‌مکس می‌گردد. اما به نظر عادلانه نمی‌رسد نامزدی که تمام مقابله‌های رو در روی خود به دیگران را واگذار کرده است، در پایان برنده‌ی انتخابات شود.

به نامزدهایی نظیر D که تمام مقابله‌های خود را باخته باشند، بازنده‌ی کندرسه می‌گویند و یکی از معیارهای عادلانه بودن روش‌های اعلام برنده این است که بازنده‌ی کندرسه، برنده‌ی انتخابات نباشد، که آن طور که می‌بینید، روش مینی‌مکس فاقد این ملاک است.

از طرف دیگر با روش مجموعه‌ی اسمیت + مینی‌مکس، نامزد D از روند حذف می‌شود و پس از آن روش مینی‌مکس اجرا می‌گردد که نتیجه‌ی آن برنده شدن A است.

۲- ج-۳- اجتماع مجموعه‌های کمترین بازندگان (مجموعه‌ی سوارتنز)^{۱۶}

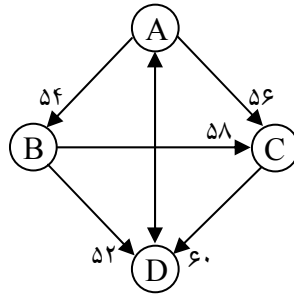
مجموعه‌ی کمترین بازندگان، مجموعه‌ای است که نامزدهای عضو آن بازنده‌ی مقابله به هیچ یک از اعضای خارج از مجموعه نباشند. اما طبق این تعریف، این مجموعه در یک انتخابات ممکن است منحصر به فرد نباشد و چند مجموعه از این نوع، حتی با اشتراک غیر تهی وجود داشته باشند. در نتیجه اجتماع این مجموعه‌ها

را مجموعه‌ی شوارتز یا گوجا^{۱۷} می‌نامند و از آن به عنوان یک ملاک در روش‌های آینده استفاده خواهیم کرد.

مجموعه‌ی شوارتز زمانی که در گراف نتایج هیچ پیکان دو سویه‌ای وجود نداشته باشد، برابر مجموعه‌ی اسمیت است، ولی در غیر این صورت همیشه زیرمجموعه‌ای از مجموعه‌ی اسمیت است که ممکن است در غیر از حالت گفته شده، باز هم با مجموعه‌ی اسمیت برابر باشد.

مثال ۱۸: ماتریس و گراف جهت‌دار انتخاباتی به صورت زیر است:

	A	B	C	D
A		۵۴	۵۶	۵۰
B	۴۶		۵۸	۵۲
C	۴۴	۴۲		۶۰
D	۵۰	۴۸	۴۰	



در این مثال مجموعه‌ی اسمیت هر چهار نامزد را شامل می‌شود، اما مجموعه‌ی شوارتز فقط یک عضو دارد و آن A است. پس به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که این نامزد برنده‌ی انتخابات است. ولی باید توجه داشت که مجموعه‌ی

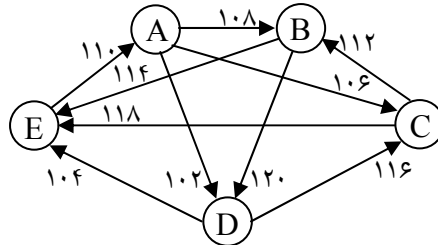
شوارتز همیشه تک عضوی نیست و به عنوان یک معیار همانند مجموعه‌ی اسمیت از آن استفاده می‌شود، پس باید روش‌هایی داشته باشیم تا بتوانیم از این مجموعه، برنده را بیرون بکشیم.

۲- ج- ۴- روش حذفی دوری شوارتز^{۱۸}

در این روش پس از تشکیل مجموعه‌ی شوارتز، کلیه‌ی نامزدهایی که خارج از این مجموعه‌اند، حذف و نیز با معیار کمترین مقابله، یکی از مقابله‌ها به تساوی، یعنی مقابله‌ای که برنده‌ای ندارد، تبدیل می‌نماییم. پس از آن دوباره مجموعه‌ی شوارتز تشکیل شده و چنانچه تک عضوی بود و یا دارای اعضای بود که در مقابله‌ها با هم در تساوی بودند، این مجموعه نشانگر برنده یا برندگان است. ولی اگر فاقد این خاصیت بود، روند بالا برای آن تکرار شده تا به یکی از دو حالت اعلام برنده برسد.

مثال ۱۹: گراف و ماتریس نتایج انتخاباتی به صورت زیر است.

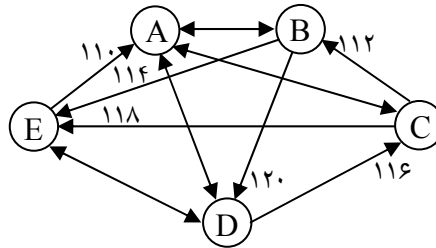
	A	B	C	D	E
A		۱۰۸	۱۰۶	۱۰۲	۹۰
B	۹۲		۸۸	۱۲۰	۱۱۴
C	۹۴	۱۱۲		۸۴	۱۱۸
D	۹۸	۸۰	۱۱۶		۱۰۴
E	۱۱۰	۸۰	۸۲	۹۶	



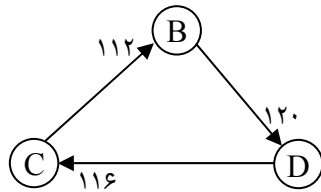
مجموعه‌ی اسمیت در این مثال مجموعه‌ی تمام نامزدها است. حال اگر با روش مجموعه‌ی اسمیت + مینی مکس مثال را بررسی کنیم، می‌بینیم که برنده نامزد A است، که بدترین باختش، بهتر از همه است.

مجموعه‌ی شوارتز نیز در مرحله‌ی اول، مجموعه‌ی پنج نامزد است، پس روش حذفی دوری شوارتز آغاز می‌شود، و آن قدر ادامه می‌دهیم تا به یک مجموعه‌ی متفاوت از قبل برسیم، در این مرحله نتایج به صورت زیر است.

	A	B	C	D	E
A		--	--	--	۹۰
B	--		۸۸	۱۲۰	۱۱۴
C	--	۱۱۲		۸۴	۱۱۸
D	--	۸۰	۱۱۶		--
E	۱۱۰	۸۶	۸۲	--	

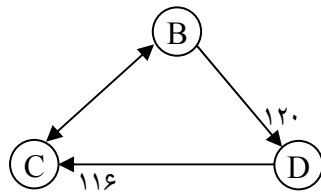


مجموعه‌ی اسمیت هنوز هم شامل تمام نامزدهاست، در حالی که مجموعه‌ی شوارتز متشکل از سه نامزد B، C و D است، که در مقابله‌هایشان با A و E هیچ کدام بازنده نیستند. در نتیجه طبق روش مورد استفاده A و E را از روند خارج می‌کنیم.



	B	C	D
B		۸۸	۱۲۰
C	۱۱۲		۸۴
D	۸۰	۱۱۶	

طبق معیار کمترین مقابله، یکی از مقابله‌های باقی مانده را انتخاب و به تساوی تبدیل می‌کنیم. این کمترین مقابله، مقابله‌ی B با C، ۱۱۲ به ۸۸ است که به تساوی تبدیل می‌شود و در نتیجه B برنده‌ی انتخابات می‌گردد.



	B	C	D
B		--	۱۲۰
C	--		۸۴
D	۸۰	۱۱۶	

۲- ج- ۴- روش مسیر غالب (روش شبه حذفی دوری شوارتز)^{۱۹}

ابداع و توضیح قوانین این روش توسط مارکوس شولتز^{۲۰} انجام شده است، و دو بیان متفاوت از آن وجود دارد، که یکی را با نام مسیر غالب و دیگری را با نام روش شبه حذفی دوری شوارتز می‌شناسند. توجه کنید، با این‌که این دو بیان در توضیحات متفاوت‌اند، اما هر دو یک جواب می‌دهند و در حالت کلی هم‌ارز هم هستند.

ابتدا روش شبه حذفی دوری شوارتز را بررسی می‌کنیم. در این روش همه چیز همانند روش حذفی دوری شوارتز پیش می‌رود. اما تفاوت آن در این‌جاست که این روند تا زمانی ادامه پیدا می‌کند که هیچ دوری در مجموعه‌ی شوارتز باقی نماند و

۱۹- Beat path (Clone proof Schwartz sequential dropping)

۲۰- Markus Schulze

پس از آن به اعلام برنده یا برندگان از روی مجموعه‌ی شوارتر پایانی می‌پردازد. لازم به تذکر است که دور در روی گراف در این‌جا، همانند دوری نیست که در گراف‌های جهت‌دار بررسی می‌شود، بلکه منظور این است که هیچ مسیر یک سویه‌ای از یک گره به خود آن وجود نداشته باشد. در هر صورت مسیرهای دوطرفه در این‌جا ایجاد دور نمی‌کنند، بلکه فقط نشانگر تساوی رقبا در یک مقابله هستند.

مثال ۲۰: در انتخاباتی ۱۲ رأی‌دهنده و چهار نامزد شرکت دارند. نتایج به صورت زیر است.

$$A \prec R \prec T \prec S : 3$$

$$T \prec S \prec R \prec A : 3$$

$$A \prec T \prec S \prec R : 2$$

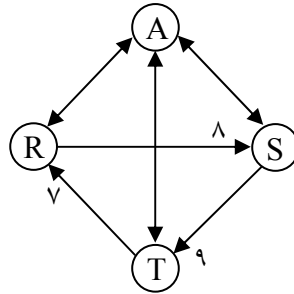
$$S \prec R \prec T \prec A : 2$$

$$A \prec S \prec R \prec T : 1$$

$$R \prec T \prec S \prec A : 1$$

ماتریس و گراف نتایج:

	A	R	S	T
A		۶	۶	۶
R	۶		۸	۵
S	۶	۴		۹
T	۶	۷	۳	



در این وضعیت روش حذفی دوری شوارتز نامزد A را به عنوان برنده اعلام می‌کند. از طرف دیگر می‌توان دید که A تنها نامزدی است که هیچ مقابله‌ای را واگذار نکرده و همه را به تساوی به پایان برده است.

حال اگر مجموعه‌ی شوارتز را تشکیل دهیم، خواهیم دید که شامل هر چهار نامزد است. زیرا A خود به تنهایی یک مجموعه‌ی کمترین بازندگان است و از طرف دیگر R ، S و T نیز عضو یک مجموعه‌ی دیگر کمترین بازندگان هستند. پس در نتیجه اجتماع این دو مجموعه، مجموعه‌ی شوارتز را می‌سازد.

روش شبه حذفی دوری شوارتز را به این دلیل که یک دور در مجموعه‌ی شوارتز وجود دارد، ادامه می‌دهیم و مقابله‌ی T با R ، ۷ به ۵ را به تساوی تبدیل می‌کنیم. مجموعه‌ی جدید شوارتز را می‌سازیم. این مجموعه دارای دو عضو A و R است که هر کدام به تنهایی خود یک مجموعه‌ی کمترین بازندگان هستند. پس از بررسی مجموعه‌ی جدید شوارتز، هیچ دوری در آن نمی‌بینیم، در نتیجه هر دوی این نامزدها برنده‌ی انتخابات در این روش هستند.

در این‌جا ممکن است این سؤال پیش آید که برنده شدن دو نامزد در انتخاباتی برای یک سمت به چه معنی است؟ و آیا این نشانگر اشکالی در این روش نیست؟

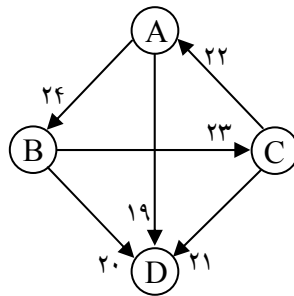
وجود این اشکال در روش و نیز روش‌های دیگری که بر اساس این مجموعه‌ها کار می‌کنند، غیر قابل انکار است. اما احتمال ظهور این اشکال در صحنه‌ی انتخابات واقعی آن قدر کم است، که در بحث روی انتخابات واقعی از آن در می‌گذرند. البته چنان‌چه این اتفاق هم رخ دهد، سیاستمداران به خوبی از پس توجیه این وضعیت بر می‌آیند.

حال که بحث روش شبه حذفی دوری شوارتز به پایان رسید، به روشی می‌پردازیم که یکی از زیباترین و فوق‌العاده‌ترین روش‌ها در عرصه‌ی اعلام برنده‌ی انتخابات است. این روش که به روش مسیر غالب مشهور است، یکی از عادلانه‌ترین روش‌ها در این زمینه است.

اساس این روش بر روی مسیر غلبه‌ی یک نامزد بر دیگری است. مسیر غلبه عبارت است از یک سری مقابله‌ها که در گراف نتایج، در جهت پیکان‌ها، یک نامزد را به نامزد دیگر متصل می‌کند. برای آشکار شدن موضوع، طی مثالی روند اجرای این روش را توضیح می‌دهیم.

مثال ۲۱: ماتریس و گراف زیر مربوط به یک انتخابات هستند.

	A	B	C	D
A		۲۴	۱۴	۱۹
B	۱۲		۲۳	۲۰
C	۲۲	۱۳		۲۱
D	۱۷	۱۶	۱۵	



به هر مسیر غلبه، عددی اختصاص می‌دهند که به آن قدرت یا توان آن مسیر می‌گویند. این عدد عبارت است از مقدار ضعیف‌ترین مقابله در طول مسیر. این ضعیف‌ترین مقابله در حقیقت همان است که توسط معیار کمترین مقابله به دست می‌آید.

حال به بررسی مسیر غلبه از A به B و بر عکس می‌پردازیم.

مسیر غلبه‌ی A به B: $B \xleftarrow{24} A$ قدرت مسیر ۲۴

مسیر غلبه‌ی B به A: $A \xleftarrow{22} C \xleftarrow{23} B$ قدرت مسیر ۲۲

قدرت غلبه‌ی مسیر A به B برابر ۲۴ است، در صورتی که قدرت غلبه‌ی مسیر عکس آن ۲۲ است، پس مسیر A به B قوی‌تر، و در نتیجه می‌گوییم A برنده‌ی مسیر غلبه بر B است و از A به B یک مسیر غالب وجود دارد. همچنین داریم:

$$\begin{array}{lll} \text{قدرت مسیر ۲۳} & C \leftarrow \overset{23}{B} \leftarrow \overset{24}{A} & \text{مسیر غلبه‌ی } A \text{ به } C \\ \text{قدرت مسیر ۲۲} & A \leftarrow \overset{22}{C} & \text{مسیر غلبه‌ی } C \text{ به } A \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} \text{قدرت مسیر ۲۱} & D \leftarrow \overset{21}{C} \leftarrow \overset{23}{B} \leftarrow \overset{24}{A} & \text{مسیر غلبه‌ی } A \text{ به } D \\ \text{قدرت مسیر صفر} & \text{هیچ مسیری وجود ندارد.} & \text{مسیر غلبه‌ی } D \text{ به } A \end{array}$$

اگر به آخرین قسمت توجه کنید، می‌بینید که هیچ مسیر غلبه‌ای از D به A وجود ندارد. این یک امر محتمل در بسیاری از انتخابات‌هاست. در این وضعیت به صورت خودکار نامزدی که مسیر غلبه دارد، یعنی A برنده‌ی مسیر غلبه بر D است. یک نکته‌ی دیگر نیز در این قسمت وجود دارد. اگر دقت کرده باشید، دیده‌اید که چند مسیر غلبه از A به D وجود دارد. یک مسیر ساده‌ی A به D با قدرت ۱۹، مسیر دیگر از A به B و سپس D با قدرت ۲۰ و نیز مسیری که در بالا ارائه شده با قدرت ۲۱. قانون روش مسیر غالب در این مورد تصریح دارد که مسیری به عنوان مسیر غلبه محسوب می‌شود که قوی‌ترین مسیر باشد، و این همان است که در نظر گرفته شده است.

$$\begin{array}{lll} \text{قدرت مسیر ۲۳} & C \leftarrow \overset{23}{B} & \text{مسیر غلبه‌ی } B \text{ به } C \\ \text{قدرت مسیر ۲۲} & B \leftarrow \overset{24}{A} \leftarrow \overset{22}{C} & \text{مسیر غلبه‌ی } C \text{ به } B \end{array}$$

قدرت مسیر ۲۱	$D \leftarrow C \leftarrow B$	مسیر غلبه‌ی B به D :
قدرت مسیر صفر	هیچ مسیری وجود ندارد.	مسیر غلبه‌ی D به B :
قدرت مسیر ۲۱	$D \leftarrow C$	مسیر غلبه‌ی C به D :
قدرت مسیر صفر	هیچ مسیری وجود ندارد.	مسیر غلبه‌ی D به C :

در نتیجه‌ی موارد بالا، مسیرهای غالب عبارتند از:

$$D \leftarrow C \quad D \leftarrow B \quad C \leftarrow B \quad D \leftarrow A \quad C \leftarrow A \quad B \leftarrow A$$

حال تنها نامزدی که هیچ مسیر غالبی علیه او وجود ندارد، A است. همچنین این نامزد بر تمام نامزدهای دیگر دارای مسیر غالب است. برای یافتن برنده طبق مسیرهای مشخص شده‌ی بالا هم می‌توانیم طبق روش اصلی کندرسه اظهار نظر کنیم و هم از دو مورد گفته شده در اول بند، استفاده کنیم. با توجه به این ملاک‌ها، نامزد A برنده‌ی انتخابات است.

نکته‌ای که قابل توجه است، متعددی بودن خاصیت داشتن مسیر غالب است. منظور از این اصطلاح این است که اگر نامزد R بر نامزد S دارای مسیر غالب باشد، همچنین نامزد S بر نامزد T دارای مسیر غالب باشد، آنگاه نامزد R بر نامزد T دارای مسیر غالب است. و همین‌طور اگر X به Y دارای مسیر غالب دوطرفه‌ای باشد و از Y به Z نیز مسیر غالب دو طرفه‌ای وجود داشته باشند، آنگاه X به Z دارای مسیر غالب دو طرفه است. و همچنین اگر L به M دارای مسیر غالب دو طرفه و M به N دارای مسیر غالب باشد، آنگاه L به N دارای مسیر غالب است و ...

روش مسیر غالب، غیر از این که برنده یا برندگان برای انتخابات اعلام می‌کند، یک ترتیب منطقی از برتری نامزدها نیز ارائه می‌دهد. در مثال قبل ترتیب $A < B < C < D$ منتج از این روش است. در حالی که می‌توان ترتیب $F < G = H < I$ را

نیز از این روش به دست آورد که نشان دهنده‌ی یک مسیر غالب دو طرفه از H به G است و هیچ کدام بر دیگری برتری ندارند و از طرف دیگر هر دو بر I برتر هستند. ولی هیچ گاه ترتیب $F < I < H < G < F$ از این روش نتیجه نمی‌شود.

۲-ج-۵- روش جفت‌های امتیازی^{۲۱}

همراه روش مسیر غالب در بالای قله‌ی روش‌های کندرسه، روش دیگری به نام روش جفت‌های امتیازی (روش تیدمن^{۲۲}) وجود دارد. این روش ویژگی‌های خوبی نظیر عدم انتخاب بازنده‌ی کندرسه به عنوان برنده، یا انتخاب برنده از میان اعضای مجموعه‌ی شوارتز را در خود دارد که همگی در روش مسیر غالب نیز موجودند.

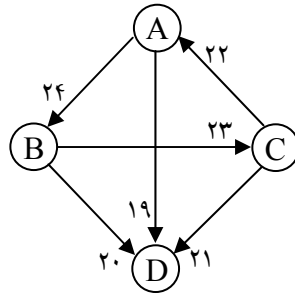
این روش با یک جدول خالی شروع می‌شود. سپس مقابله‌ای که دارای بیشترین امتیاز برد است، به آن اضافه شده، کار به همین ترتیب با افزودن مقابله‌ها به ترتیب برتری امتیاز برد انجام می‌شود، تا این‌که به مقابله‌ای برسیم که باعث ایجاد دور در مقابله‌های قبلی شود. جلوی این مقابله کلمه‌ی "حذف" را نوشته به روند ادامه می‌دهیم و هر جا به چنین مقابله‌هایی برخوردیم، همان کاری را انجام می‌دهیم که در قبل گفته شد. در پایان تمام مقابله‌هایی که دارای کلمه‌ی "حذف" در جلوی خود هستند را برداشته و سپس بر اساس روش اصلی کندرسه در مورد بقیه‌ی مقابله‌ها، برنده را تعیین می‌کنیم. همچنین می‌توان گفت، برنده یا برندگان، کسانی هستند که هیچ مقابله‌ای بر علیه آنان وجود نداشته باشد.

مثال ۲۲: با توجه به نتایج انتخاباتی داریم.

۲۱- Ranked pairs

۲۲- Tideman's method

	A	B	C	D
A		۲۴	۱۴	۱۹
B	۱۲		۲۳	۲۰
C	۲۲	۱۳		۲۱
D	۱۷	۱۶	۱۵	



طبق روش جفت‌های امتیازی، جدولی ایجاد کرده و مقابله‌ها را به ترتیب بزرگی امتیاز برد در آن می‌نویسم. توجه داشته باشید که همیشه دو مقابله حداقل در این جدول وجود خواهد داشت، زیرا هیچ‌گاه دو مقابله نمی‌توانند باعث ایجاد دور در یک انتخابات شوند.

برتری ۲۴	$B \leftarrow A$	
برتری ۲۳	$C \leftarrow B$	
برتری ۲۲	$A \leftarrow C$	حذف

همان‌گونه که مشاهده می‌کنید، مقابله‌ی A با C به دلیل ایجاد دور در وضعیت دو مقابله‌ی قبل از خود، برچسب "حذف" را می‌گیرد.

قدرت ۲۱	$D \leftarrow C$	
قدرت ۲۰	$D \leftarrow B$	
قدرت ۱۹	$D \leftarrow A$	

در نتیجه با توجه به جداول فوق می‌توان دید که نامزد A بازنده‌ی هیچ مقابله‌ای نیست و تنها مقابله‌ای که او در آن بازنده بوده، حذف شده است، پس او برنده‌ی انتخابات است.

روش جفت‌های امتیازی نیز همانند روش مسیر غالب، ترتیب برتری نامزدها در انتخابات را می‌دهد، در این مثال این ترتیب عبارت است از $C < B < A < D$.

این مثال قبلاً برای روش مسیر غالب نیز مطرح شده بود. در آن جا نیز برنده نامزد A گشت و ترتیب نیز همان بود که در این مثال به دست آمد. اما باید توجه داشت که این یک امر کلی نیست و همیشه برنده‌ی این دو روش یکسان نیستند. با این حال این دو روش در یک سطح از عدالت قرار دارند و هیچ برتری بر یکدیگر از این نظر ندارند.

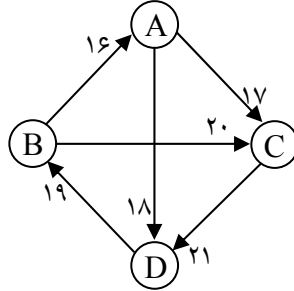
مثال‌هایی در زیر بررسی می‌شود که در آن‌ها برنده‌ی دو روش مسیر غالب و جفت‌های امتیازی یکسان نیست.

مثال ۲۳: نتایج زیر در انتخاباتی حاصل گشته است.

$D < A < C < B : 4$	$D < C < A < B : 7$
$C < B < A < D : 2$	$B < A < D < C : 5$
$C < B < D < A : 2$	$C < A < B < D : 5$
$B < D < C < A : 1$	$B < D < A < C : 4$

که نمایش ماتریسی و نمودار گراف آن به صورت زیر هستند:

	A	B	C	D
A		۱۴	۱۷	۱۸
B	۱۶		۲۰	۱۱
C	۱۳	۱۰		۲۱
D	۱۲	۱۹	۹	



با توجه به روش مسیر غالب داریم (مسیر غالب با خط کلفت مشخص شده است):

مسیر غلبه‌ی A به B : $A \xrightarrow{18} D \xrightarrow{19} B$ قدرت مسیر ۱۸
 مسیر غلبه‌ی B به A : $A \xrightarrow{16} B$ قدرت مسیر ۱۶

مسیر غلبه‌ی A به C : $A \xrightarrow{18} D \xrightarrow{20} C$ قدرت مسیر ۱۸
 مسیر غلبه‌ی C به A : $A \xrightarrow{13} B \xrightarrow{19} D \xrightarrow{21} C$ قدرت مسیر ۱۶

مسیر غلبه‌ی A به D : $D \xrightarrow{18} A$ قدرت مسیر ۱۸
 مسیر غلبه‌ی D به A : $A \xrightarrow{16} B \xrightarrow{19} D$ قدرت مسیر ۱۶

قدرت مسیر ۲۰	$C \leftarrow^{۲۰} B$	مسیر غلبه‌ی B به C :
قدرت مسیر ۱۹	$B \leftarrow^{۱۹} D \leftarrow^{۲۱} C$	مسیر غلبه‌ی C به B :
قدرت مسیر ۲۰	$D \leftarrow^{۲۱} C \leftarrow^{۲۰} B$	مسیر غلبه‌ی B به D :
قدرت مسیر ۱۹	$B \leftarrow^{۱۹} D$	مسیر غلبه‌ی D به B :
قدرت مسیر ۲۱	$D \leftarrow^{۲۱} C$	مسیر غلبه‌ی C به D :
قدرت مسیر ۱۹	$C \leftarrow^{۲۰} B \leftarrow^{۱۹} D$	مسیر غلبه‌ی D به C :

پس با توجه به نتایج بالا و مسیرهای غالب موجود، نامزد A برنده‌ی انتخابات است و ترتیب $D < C < B < A$ توسط این روش به نامزدها داده می‌شود. از طرف دیگر در جدول جفت‌های امتیازی داریم:

قدرت ۲۱	$D \leftarrow C$	
قدرت ۲۰	$C \leftarrow B$	
قدرت ۱۹	$B \leftarrow D$	حذف
قدرت ۱۸	$D \leftarrow A$	
قدرت ۱۷	$C \leftarrow A$	
قدرت ۱۶	$A \leftarrow B$	

و در نتیجه B برنده‌ی روش جفت‌های امتیازی است. توجه کنید که بدترین باخت B به ۱۹ است ولی بدترین باخت A به ۱۶ است و این دلیلی است که روش مسیر غالب A را به عنوان برنده برمی‌گزیند. اما از طرف دیگر این بدترین باخت B بر روی روش جفت‌های امتیازی تأثیری نمی‌گذارد زیرا در دور B به C به D، مقابله‌ای که در آن B بازنده است، کمترین امتیاز برد را در مقابل دیگر

مقابله‌های موجود در دور دارد و در نتیجه در جدول پایین‌تر از آن‌ها قرار گرفته و حذف می‌شود.

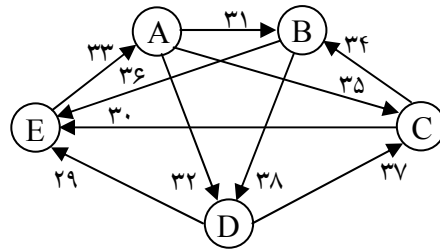
موضوع جالب توجه دیگر این است که B مقابله‌ی رو در رویش با A را برده است، ولی از روی این موضوع نمی‌توان قضاوت کرد که در بین A و B، نامزد B باید برنده باشد. در مثال زیر وضعیت را به گونه‌ای دیگر مشاهده می‌کنید.

مثال ۲۴: نتایج زیر در انتخاباتی به دست آمده است.

$E < C < D < B < A : 2$	$E < B < C < A < D : 4$	$C < A < E < D < B : 8$
$B < A < C < E < D : 1$	$E < B < A < C < D : 4$	$D < E < B < A < C : 8$
$E < C < D < A < B : 1$	$E < D < C < B < A : 3$	$C < D < A < B < E : 8$
$E < B < C < D < A : 1$	$B < C < D < A < E : 3$	$D < B < C < A < E : 5$
$D < A < B < C < E : 1$	$A < D < B < E < C : 2$	$A < E < B < C < D : 5$

ماتریس و گراف این انتخابات را به صورت زیر داریم:

	A	B	C	D	E
A		۳۱	۳۵	۳۲	۲۳
B	۲۵		۲۲	۳۸	۳۶
C	۲۱	۳۴		۱۹	۳۰
D	۲۴	۱۸	۳۷		۲۹
E	۳۳	۲۰	۲۶	۲۷	



با توجه به روش مسیر غالب (مسیرهای غالب با خط کلفت‌تر نشان داده شده‌اند):

قدرت ۳۳	مسیر B به A	قدرت ۳۵	مسیر A به B
قدرت ۳۳	مسیر C به A	قدرت ۳۵	مسیر A به C
قدرت ۳۳	مسیر D به A	قدرت ۳۴	مسیر A به D
قدرت ۳۳	مسیر E به A	قدرت ۳۴	مسیر A به E
قدرت ۳۴	مسیر C به B	قدرت ۳۷	مسیر B به C
قدرت ۳۴	مسیر D به B	قدرت ۳۸	مسیر B به D
قدرت ۳۳	مسیر E به B	قدرت ۳۶	مسیر B به E
قدرت ۳۷	مسیر D به C	قدرت ۳۴	مسیر C به D
قدرت ۳۳	مسیر E به C	قدرت ۳۴	مسیر C به E
قدرت ۳۳	مسیر E به D	قدرت ۳۴	مسیر D به E

پس برنده‌ی روش مسیر غالب A است و ترتیب نامزدها در این روش $E \prec C \prec D \prec B \prec A$.

حال با توجه به روش جفت‌های امتیازی داریم:

قدرت ۳۸	D ← B	
قدرت ۳۷	C ← D	
قدرت ۳۶	E ← B	
قدرت ۳۵	C ← A	
قدرت ۳۴	B ← C	حذف
قدرت ۳۳	A ← E	
قدرت ۳۲	D ← A	
قدرت ۳۱	B ← A	حذف

حذف	$E \leftarrow C$	قدرت ۳۰
حذف	$E \leftarrow D$	قدرت ۲۹

در نتیجه B برنده‌ی انتخابات است. ترتیب روش جفت‌های امتیازی نیز برای این نامزدها عبارت است از $C < D < A < E < B$.
 در این جا بدترین باخت B به ۳۴ است در صورتی که بدترین باخت A به ۳۳ است، ولی از طرف دیگر این بدترین باخت، ضعیف‌ترین مقابله در دور C به B به D است و در نتیجه حذف می‌گردد و تأثیری روی روند ندارد. همچنین در مثال قبل دیدیم که B خود باعث باخت A شده بود، اما در این جا E با برنده شدن در مقابله‌ی رو در رو با A باعث شکست او می‌شود، و نیز برد ۳۱-۲۵، A بر B، هم A را از شکست نجات نمی‌دهد، چون آن قدر دیر ظاهر می‌شود که در ضعیف‌ترین مرحله‌ی دور B به E به A قرار می‌گیرد و حذف می‌شود.

۲- ج- ۶- روش‌های دیگر کندرسه

همان‌گونه که تا این جا بحث شد، روش‌های کندرسه زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که روش اصلی فاقد جواب و در اصطلاح دارای دور باشد. ولی همیشه در بحث کاربردی دلیل استفاده از آن روش‌ها این نیست، هرچند که تا به حال هرچه گفته شده بر همین اساس بوده است. در این قسمت روش‌هایی به صورت خلاصه آورده می‌شود که هر چند از نظر ارزش و اعتبار و نیز قدرت هم‌پای روش‌های قبل نیستند ولی قابلیت‌های درخور و ویژه‌ای دارند.

۲-ج-۶-۱- روش رینود^{۲۳}

در این روش، نامزدی که بدترین باخت به نامزدهای دیگر را طبق هر کدام از روندهای معیار کمترین مقابله داشته باشد، از انتخابات حذف می‌شود و در نتیجه تمام مقابله‌های او نیز حذف گشته و این روند حذف نامزدها تا زمانی صورت می‌گیرند که تنها یک نامزد باقی بماند و آن برنده‌ی روش رینود است.

۲-ج-۶-۲- روش داگسون^{۲۴}

این روش توسط سی. ال. داگسون که بیشتر او را با نام *لوییس کارول*^{۲۵} می‌شناسند، ابداع شد. در این روش تفاوت امتیاز باخت هر نامزد در مقابله‌هایی از او که در آن‌ها بازنده بوده، با هم جمع می‌شود و در پایان نامزدی برنده‌ی انتخابات است که دارای کمترین مجموع باشد. در این روش اگر نامزدی برنده‌ی کندرسه باشد، آن‌گاه این تفاوت امتیاز باخت صفر می‌گردد و در نتیجه همان نامزد برنده‌ی این روش نیز است.

۲-ج-۶-۳- روش کمینی^{۲۶}

اگر چه عمده‌ی روش‌های کندرسه به دنبال اعلام برنده‌ای برای انتخابات هستند، ولی گاهی لازم می‌شود تا نامزدها در فهرستی ترتیبی، به ترتیب برتریشان در انتخابات قرار گیرند و این کاری است که روش کمینی انجام می‌دهد. در این روش به هر ترتیبی که بتوان به نامزدها داد، از روی وضعیت برگه‌های رأی یک امتیاز می‌دهیم و در پایان ترتیبی به عنوان ترتیب برتری نامزدها اعلام می‌شود که دارای بیشترین امتیاز باشد.

Raynaud - ۲۳

Dodgson - ۲۴

Lewis Carroll - ۲۵

Kemeny - ۲۶

برای روش شدن مطلب مثالی می‌آوریم. فرض کنید می‌خواهیم به ترتیب $A < B < C < D$ امتیاز بدهیم. در برگه‌های رأی، پنج برگه وجود دارد که دارای ترتیب $A < D < B < C$ است. حال اگر بخواهیم ترتیب برگه‌های رأی را به ترتیب مورد نظر خود در کمترین تعداد جابه‌جایی تبدیل کنیم، دو جابه‌جایی D با B و D با C لازم است. پس با توجه به این که پنج برگه دارای این خاصیت‌اند، به این قسمت از کار امتیاز $10 = 5 \times 2$ می‌دهیم. به همین ترتیب امتیاز قسمت‌های دیگر را برای ترتیب مورد نظرمان محاسبه کرده و در پایان با جمع تمام این قسمت‌ها به آن ترتیب امتیاز می‌دهیم. ترتیب‌های قابل حصول دیگر را نیز امتیازدهی می‌کنیم و در پایان ترتیبی که بیشترین امتیاز را دارد، به عنوان ترتیب نامزدها اعلام می‌کنیم.

۳- روش‌های دیگر تک برنده

آنچه تا به حال مورد بحث قرار گرفت، روش‌هایی بودند که دارای شهرت و کاربردی عملی در زمینه‌ی انتخابات هستند. اما روش‌هایی نیز وجود دارد که ممکن است در عین برتری‌های خاص خود، دارای شهرت خوبی به دلایل خاصی نباشند، و به همین جهت در حد یک نظریه و یا در حد استفاده در مکان‌های کوچک باقی مانده‌اند.

به همین جهت و نیز جلوگیری از طولانی شدن بحث، تنها به آوردن نام این روش‌ها بسنده می‌کنیم.

۱- روش حذفی کمترین مقابله^{۲۷}

۲- روش کومبز^{۲۸}

۳- روش باکلین^{۲۹}

۴- روش درجه‌های ترتیبی^{۳۰}

۲۷- Lowest two elimination runoff

۲۸- Coombs

۲۹- Bucklin

- ۵- روش کولپند^{۳۱}
- ۶- روش رأی تکمیلی^{۳۲}
- ۷- روش رأی تکمیلی سریلانکایی^{۳۳}

Cardinal ratings summation -۳۰

Copeland -۳۱

Supplementary Vote -۳۲

Sri Lankan Supplementary Vote -۳۳

جدول روش‌های مورد استفاده در اعلام برنده‌ی انتخابات تک برنده در کشورهای مختلف

نام کشور	روش انتخاب	نام کشور	روش انتخاب
آروبا	اکثریت نسبی	آنتیگوا و باربودا	اکثریت نسبی
اتیوپی	اکثریت نسبی	ازبکستان	دو دور حذفی
استرالیا	حذفی دوری	اگاندا	اکثریت نسبی
ایالات متحده آمریکا	اکثریت نسبی	ایران	دو دور حذفی
باربادوس	اکثریت نسبی	باهاماس	اکثریت نسبی
بریتانیای کبیر	اکثریت نسبی	بلاروس	دو دور حذفی
بلیز	اکثریت نسبی	بنگلادش	اکثریت نسبی
بوتان	اکثریت نسبی	بوتسوانا	اکثریت نسبی
پاکستان	اکثریت نسبی	پلائو	اکثریت نسبی
تاجیکستان	دو دور حذفی	تانزانیا	اکثریت نسبی
ترکمنستان	دو دور حذفی	ترینیداد و توباگو	اکثریت نسبی
توالو	اکثریت نسبی	توگو	دو دور حذفی
تونگا	اکثریت نسبی	جامائیکا	اکثریت نسبی
جزایر سلیمان	اکثریت نسبی	جزایر کیمن	اکثریت نسبی
جزایر مارشال	اکثریت نسبی	جمهوری آفریقای مرکزی	دو دور حذفی
جمهوری چک	دو دور حذفی	جمهوری دموکراتیک کنگو	اکثریت نسبی
دومینکن	اکثریت نسبی	رواندا	اکثریت نسبی
زامبیا	اکثریت نسبی	زیمباوه	اکثریت نسبی
سنت کیتس و نویس	اکثریت نسبی	سنت لوسیا	اکثریت نسبی
سنت وینست و گرنادینس	اکثریت نسبی	سوازیلند	اکثریت نسبی
سودان	اکثریت نسبی	سوریه	اکثریت نسبی
سیرالئون	اکثریت نسبی	غنا	اکثریت نسبی
فرانسه	دو دور حذفی	فیجی	حذفی دوری
قرقیزستان	دو دور حذفی	قزاقستان	دو دور حذفی

روش انتخاب	نام کشور	روش انتخاب	نام کشور
اکثریت نسبی	کره شمالی	اکثریت نسبی	کانادا
دو دور حذفی	کنگو	دو دور حذفی	کریباتی
دو دور حذفی	کوبا	اکثریت نسبی	کنیا
اکثریت نسبی	گامبیا	دو دور حذفی	گابون
اکثریت نسبی	گینه جدید پاپوا	اکثریت نسبی	گرانادا
اکثریت نسبی	مالزی	اکثریت نسبی	مالاوی
اکثریت نسبی	مراکش	دو دور حذفی	مالی
اکثریت نسبی	مغولستان	دو دور حذفی	مصر
دو دور حذفی	موناکو	دو دور حذفی	موریتانی
حذفی دوری	نائورو	اکثریت نسبی	مونتسرات
اکثریت نسبی	نیجریه	اکثریت نسبی	نپال
دو دور حذفی	هاییتی	دو دور حذفی	ویتنام
اکثریت نسبی	یمن	اکثریت نسبی	هند

۴

روش‌های تعیین برنده‌ی انتخابات

روش‌های چندبرنده‌ای

تعمیم روش‌های تک‌برنده به چندبرنده

روش‌های اعلام برنده در انتخاباتی که برای تصاحب چند جایگاه برگزار می‌شود، روش‌های چندبرنده‌ای خوانده می‌شود. این روش‌ها اغلب تعمیم روش‌های تک‌برنده‌ای به چندبرنده‌ای هستند، که در این بخش به بررسی آن‌ها می‌پردازیم.

۱- روش‌های فاقد ترتیب یا بدون امتیازبندی

۱- الف- اکثریت نسبی

در این روش، نوع برگزاری انتخابات به این صورت است که هر رأی‌دهنده حق دارد از میان نامزدها به تعداد سمت‌هایی که مورد نظر است یا کمتر از این تعداد، نامزدهای مورد نظرش را برگزیند و به هرکدام فقط یک رأی دهد. در زمان اعلام برندگان این انتخابات نیز تمام نامزدها به ترتیب کاهش در تعداد رأی‌های به دست آمده توسط آن‌ها مرتب می‌شوند و سپس به ترتیب از بالای فهرست حاصل، افراد به سمتشان منصوب می‌گردند.

مثال ۲۵: در یک انتخابات صد نامزد نمایندگی مجلس بر سر پنج کرسی

با هم رقابت کرده‌اند، ۶۰۰۰۰۰ نفر رأی داده‌اند که نتایج آن در ذیل مشاهده می‌شود.

(در این جا صد نامزد به صورت A_1, A_2, \dots, A_{100} نمایش داده شده‌اند.

همچنین در زیر، نتایج مرتب شده فقط برای ۱۰ نامزد اول به صورت کاهش یافته آمده است.)

$$A_1 : 345176$$

$$A_5 : 345102$$

$$A_{12} : 302405$$

$$A_{14} : 294568$$

$$A_{24} : 224589$$

$$A_6 : 224565$$

$$A_9 : 202191$$

$$A_{16} : 121458$$

$$A_3 : 102697$$

$$A_{68} : 100028$$

همان طور که از روی این فهرست مشاهده می‌شود پنج نامزد اول، برای نمایندگی مجلس برگزیده می‌شوند.

روش‌های دیگری نیز مبتنی بر اکثریت نسبی وجود دارند، که در الگوریتم متفاوتند ولی داشتن اکثریت نسبی در همه‌ی آن‌ها ملاک اصلی است. در یکی از این روش‌ها که بر اساس انتخابات حزبی طرح‌ریزی شده، تمام احزاب یک منطقه‌ی انتخاباتی، فهرستی از نامزدهای مورد قبول خود را در اختیار رأی‌دهندگان قرار می‌دهند. سپس رأی‌دهندگان در هنگام رأی‌دادن به جای افراد به حزب مورد نظرشان رأی می‌دهند و در اعلام نتیجه‌ی انتخابات فهرست هر حزبی که اکثریت نسبی آن منطقه را به دست آورده باشد، به عنوان برندگان آن منطقه شناخته می‌شوند.

۱- ب- اکثریت مطلق

در این روش، نامزدهایی برای تصدی سمت‌ها برگزیده می‌شوند که اکثریت مطلق (بیش از ۵۰٪) آراء اخذ شده را به دست آورده باشند. این روش به خودی خود در بسیاری از انتخابات‌های واقعی فاقد کاربرد است، زیرا عموماً به تعداد سمت‌ها، نامزدها نمی‌توانند ملاک اکثریت مطلق را کسب کنند.

۱- ج- دو دور حذفی

این روش یکی از روش‌هایی است که بر اساس ملاک اکثریت مطلق تعریف و اجرا می‌شود. در این روش اگر تعداد نامزدهایی که اکثریت مطلق را کسب کرده‌اند به تعداد سمت‌های مورد نظر بود، نامزدها به سمتشان منصوب می‌شوند. همچنین اگر تعداد نامزدهایی که اکثریت مطلق را کسب کرده‌اند، بیش از سمت‌های مورد درخواست باشد، با توجه به روش اکثریت نسبی عمل شده، و افراد بالای فهرست به تعداد سمت‌ها، به این سمت‌ها منصوب می‌شوند.

در غیر دو صورت بالا، یعنی اگر تعداد نامزدهایی که اکثریت مطلق را کسب کرده‌اند کمتر از تعداد سمت‌ها باشد، آن دسته از آن‌ها که اکثریت مطلق را کسب کرده‌اند به سمت‌ها منصوب می‌شوند، و سپس دو برابر تعداد سمت‌های باقیمانده و از

فهرست کاهشی، نامزدهایی برگزیده می‌شوند و انتخابات در دور دوم برگزار شده و در این دور نتایج با توجه به روش اکثریت نسبی بررسی می‌شود. در نوعی دیگر تعداد نامزدهایی که از فهرست گفته شده برای دور دوم برگزیده می‌شوند برابر تعداد سمت‌های باقی مانده به اضافه‌ی یک است. همچنین نوع دیگری نیز از این مورد وجود دارد که در آن تعداد نامزدهای دور دوم مساوی دو برابر تعداد سمت‌ها به اضافه‌ی یک است.

توجه شود که در یک انتخابات ممکن است در حوزه‌های مختلف انتخاباتی، از روندهایی متفاوتی برای مشخص کردن تعداد نامزدهای دور دوم استفاده شود.

۱- د- روش رأی توافقی

این روش با توجه به شیوه‌ی هم‌نامش در روش‌های تک برنده، همان روند ویژه برای اخذ آراء را دارد. در زمان اعلام برنده‌ی انتخابات نیز فهرستی به ترتیب کاهش آراء نامزدها تهیه می‌شود و بالاترین افراد در این فهرست برای سمت‌ها برگزیده می‌شوند.

شاید در ابتدا به نظر آید که این روش و روش اکثریت نسبی، همانند هم هستند. ولی باید به روند اجرا و اخذ رأی نیز در هر دو مورد توجه شود. در مورد اکثریت نسبی، هر رأی‌دهنده تنها می‌توانست به تعداد سمت‌ها یا کمتر از آن، نامزدها را برگزیند و به آن‌ها یک رأی بدهد، اما در این روش رأی‌دهندگان می‌توانند به هر تعداد از نامزدها که مایل باشند، رأی بدهند.

۲- روش‌های دارای ترتیب یا امتیازبندی

۲- الف- روش بوردا

در این روش همان روی می‌دهد که در روش‌های تک برنده به آن اشاره شد. اما باید توجه کرد که در عمل، گاهی تعداد نامزدهای یک انتخابات به بیش از ۵۰۰ نفر می‌رسد و این موضوع کار رأی‌دادن به ترتیب مورد دلخواه رأی‌دهنده را

مشکل می‌کند، در چنین شرایطی با توجه به تعداد سمت‌های مورد نظر در انتخابات یک سقف اجباری برای تعداد نامزدهایی که در برگه‌های رأی قرار می‌گیرند، تعیین می‌شود و از آن تعداد بیشتر به اختیار رأی‌دهندگان گذاشته می‌شود. در این روند، پس از امتیازدهی به جایگاه‌ها، امتیاز تمام نامزدها محاسبه شده و در فهرستی به ترتیب نزولی مرتب می‌شود. در اعلام نتیجه نیز از فهرست به دست آمده از بالا، به تعداد سمت‌ها، نامزدها برگزیده شده و در سمت خود قرار می‌گیرند.

۲- ب- روش‌های کندرسه

روش اصلی کندرسه که در بخش روش‌های تک برنده ذکر شد، دارای کاربردی در این قسمت نیست، زیرا هیچ‌گونه اطلاعی از دیگر نامزدها در اختیار ما قرار نمی‌دهد. ولی همان‌گونه که قبلاً هم دیده‌اید، زیر روش‌هایی از این روش وجود داشتند که یک ترتیب منطقی به نامزدها می‌دادند. در این زیر روش‌ها، پس از یافتن ترتیب منطقی نامزدها، از سمت برتری به تعداد سمت‌ها نامزدها را جدا کرده و در سمت‌های خود قرار می‌دهیم.

برای بررسی دقیق‌تر این زیر روش‌ها، می‌توانید به بخش روش‌های تک برنده، قسمت مسیر غالب، جفت‌های امتیازی و مخصوصاً روش کمینی مراجعه کنید. لازم است ذکر شود که در این روش‌ها نیز روند اجرای انتخابات همانند روش بوردا است و اگر لزومی پیش آید می‌توان تعداد نامزدهای ذکر شده در برگه‌های رأی را به یک تعداد مناسب محدود کرد تا در عمل از پیچیدگی کار کاسته شود.



پارادوکس‌های انتخاباتی

چنان‌که دیدیم، در یک رأی‌گیری با اعمال الگوریتم‌های مختلف، ممکن است نتیجه‌های متفاوت به دست آید به طوری که گرچه اوراق رأی تغییر نمی‌کنند، بسته به این‌که کدام روش محاسبه آراء به کار برده شود، هر یک از نامزدها می‌توانند برنده محسوب شوند. از طرف دیگر هر روش، محاسن و معایبی دارد و ممکن است ما را با معضلات (پارادوکس‌های) انتخاباتی روبرو سازند. در این فصل با چند مثال به توصیف بعضی از پارادوکس‌های انتخاباتی می‌پردازیم:

فرض کنید در جریان یک انتخابات با حضور ۵۵ رأی‌دهنده (به شیوه‌ی مرتب کردن ۵ نامزد A, B, C, D و E به ترتیب اولویت (بدون امکان تخصیص اولویتهای یکسان)) برگه‌های رأی در قالب شش صورت زیر (در جدولی موسوم به جدول اولویت‌ها) به دست آمده باشد:

نوع ۱	نوع ۲	نوع ۳	نوع ۴	نوع ۵	نوع ۶	
A	B	C	D	E	E	اولویت اول
D	E	B	C	B	C	اولویت دوم
E	D	E	E	D	D	اولویت سوم
C	C	D	B	C	B	اولویت چهارم
B	A	A	A	A	A	اولویت پنجم
۱۸ رأی	۱۲ رأی	۱۰ رأی	۹ رأی	۴ رأی	۲ رأی	

معمولاً از پنج الگوریتم کلاسیک برای انتخاب برنده استفاده می‌شود:

- (روش بیشترین رأی اول) (اکثریت نسبی؛ تعمیم روش بدون امتیازبندی به برگه‌های دارای امتیاز) تعداد دفعاتی که هر نامزد، رأی اول (اولویت اول) را در ورقه‌های رأی به خود اختصاص داده است شمرده و نامزد با بیشترین تعداد رأی اول، و نه لزوماً اکثریت آراء (یعنی نصف رأی دهندگان به علاوه یک نفر)، به عنوان برنده انتخاب می‌شود. براساس این شیوه که در آن فقط از سطر اول اطلاعات استفاده می‌شود، A (با ۱۸ رأی اول) برنده است.

نوع ۱	نوع ۲	نوع ۳	نوع ۴	نوع ۵	نوع ۶
A	B	C	D	E	E
۱۸ رأی	۱۲ رأی	۱۰ رأی	۹ رأی	۴ رأی	۲ رأی

توجه کنید که گرچه A حتی ثلث آراء اول را هم به دست نیاورده است ولی برنده شده است.

● (روش دو دور حذفی؛ تعمیم روش بدون امتیازبندی به برگه‌های دارای امتیاز) تعداد دفعاتی که هر نامزد، رأی اول را در ورقه‌های رأی به خود اختصاص داده است، شمرده می‌شود، نامزد با اکثریت آراء برنده است ولی اگر هیچ نامزدی اکثریت آراء را کسب نکرد، به جز دو نفر که بیشترین رأی اول را به دست آورده‌اند، بقیه بازنده اعلام می‌شوند و سپس با حذف صوری بازندگان و شمارش مجدد آراء درمورد دو نفر، فرد با بالاترین (و ضمناً اکثریت) آراء اول به عنوان برنده اعلام می‌شود. بر مبنای این روش ابتدا A (با ۱۸ رأی) و B (با ۱۲ رأی) انتخاب می‌شوند و در مرحله بعد B (با $37 = 12 + 10 + 9 + 4 + 2$ رأی) به عنوان برنده معرفی می‌گردد.

				B	A
	B		B		
B		B			
A	A	A	A	A	B
۱۸ رأی	۴ رأی	۹ رأی	۱۰ رأی	۱۲ رأی	۲ رأی

● (روش حذفی دوری؛ نمونه‌ای تغییر یافته از این روش که برای کم شدن هزینه‌های شمارش از آن استفاده می‌شود) تعداد دفعاتی که هر نامزد، رأی اول را در ورقه‌های رأی به خود اختصاص داده است، شمرده می‌شود. نامزد با اکثریت آراء برنده است ولی اگر هیچ نامزدی اکثریت را کسب نکند، نامزد با کمترین رأی اول حذف می‌گردد و دوباره آراء شمارش می‌گردد. این کار را آن قدر تکرار می‌کنیم تا یکی از نامزدها اکثریت آراء اول را به دست آورد. بر این اساس، چون هیچ نامزدی اکثریت رأی اول را به دست نیاورده است، ابتدا E (با ۶ رأی اول)، سپس D (با ۹ رأی اول) و بالاخره B (با ۱۶ رأی اول) حذف می‌شود. اینک C (با ۳۷ رأی اول) برنده است.

			C		A
C		C			
	C			C	C
A	A	A	A	A	
۲ رأی	۴ رأی	۹ رأی	۱۰ رأی	۱۲ رأی	۱۸ رأی

● (روش کُندرسه) نامزدها دو به دو مقایسه می‌شوند. برنده کسی است که در این مسابقات دو نفره (و در کل) بقیه‌ی نامزدها را شکست دهد. با بکار بردن این روش، E برنده است زیرا E از A، B، C و D به ترتیب ۳۷، ۳۳، ۳۶ و ۲۸ دفعه برتر و ۱۸، ۲۲، ۱۹ و ۲۷ دفعه فروتر است. (در شکل زیر E با A مقایسه شده است.)

نوع ۶	نوع ۵	نوع ۴	نوع ۳	نوع ۲	نوع ۱	
E	E	D	C	B	A	اولویت اول
C	B	C	B	E	D	اولویت دوم
D	D	E	E	D	E	اولویت سوم
B	C	B	D	C	C	اولویت چهارم
A	A	A	A	A	B	اولویت پنجم
۲ رأی	۴ رأی	۹ رأی	۱۰ رأی	۱۲ رأی	۱۸ رأی	

● (روش بوردا) در هر برگه‌ی رأی و به هر نامزد تعداد نامزدهایی که پایین‌تر (با اولویت کمتر) از نام وی درج شده‌اند نسبت داده می‌شود و سپس برای هر نامزد، جمع کل اعداد نسبت داده شده موسوم به عدد بوردا محاسبه می‌گردد. برنده، نامزد با بیشترین عدد بوردا است. بر مبنای این روش، عدد بردای A، B، C، D و E به ترتیب ۷۲، ۱۰۱، ۱۰۷، ۱۳۶ = ۲+۲+۴+۹+۱۰+۱۲+۱+۲+۱ = ۳ و ۱۳۴ است و بنابراین D برنده است.

نوع ۶	نوع ۵	نوع ۴	نوع ۳	نوع ۲	نوع ۱	
E	E	D	C	B	A	اولویت اول
C	B	C	B	E	D	اولویت دوم
D	D	E	E	D	E	اولویت سوم
B	C	B	D	C	C	اولویت چهارم
A	A	A	A	A	B	اولویت پنجم
۲ رأی	۴ رأی	۹ رأی	۱۰ رأی	۱۲ رأی	۱۸ رأی	

به این ترتیب بر حسب این که چه روشی در انتخاب برنده به کار رود، همه نامزدها می توانند برنده محسوب گردند!

نوع ۳	نوع ۲	نوع ۱	
C	B	A	اولویت اول
A	C	B	اولویت دوم
B	A	C	اولویت سوم
۳۲ رأی	۳۳ رأی	۳۵ رأی	

گاهی در انتخابات، تغییری کوچک در شرایط یک سیستم ممکن است منجر به تغییراتی عظیم گردد، یعنی با آشوب روبرو شویم. برای توضیح فرض کنید روش دو دور حذفی و یا حذفی دوری را در مورد جدول اولویت‌های فوق به کار ببریم.

در این صورت ابتدا C حذف می‌شود و سپس A با ۶۷ رأی اول در برابر B با ۳۳ رأی اول برنده می‌گردد. حال فرض کنید قبل از انتخابات، A چنان نطق انتخاباتی به عمل آورد که بعضی از رأی‌دهندگان که B را در اولویت اول در نظر داشتند رأی خود را عوض کرده و اولویت اول را به A نسبت بدهند و نهایتاً جدول اولویت‌ها به صورت زیر به دست آید:

نوع ۳	نوع ۲	نوع ۱	
C	B	A	اولویت اول
A	C	B	اولویت دوم
B	A	C	اولویت سوم
رأی ۳۲	رأی ۳۱	رأی ۳۷	

اینک با روش دو دورحذفی و یا حذفی دوری ابتدا B حذف می‌شود و سپس C با ۶۳ رأی اول در برابر A با ۳۷ رأی اول برنده می‌شود. بنابراین یک نطق انتخاباتی موفق توسط یک نامزد ممکن است باعث شکست وی شود!

دونالد جی. ساری از دانشگاه کالیفرنیا (ایرواین) به طور نظری و با روش ریاضی اثبات کرد که اگر اطلاعی از اولویت‌های رأی‌دهندگان وجود داشته باشد آنگاه می‌توان الگوریتم انتخابات را طوری طراحی کرد که نتیجه‌ای از قبل تعیین شده به دست آید. در مثال بالا، اگر شیوه‌ی انتخاب چنین باشد که ابتدا بین دو نامزد، فرد با اکثریت آراء انتخاب و سپس وی با آخرین نامزد مقایسه شود، آنگاه به هرکس علاقه‌مند باشیم می‌توانیم (با در نظر گرفتن او به عنوان آخرین نامزد) وی را به عنوان برنده انتخابات معرفی کنیم!

اکنون فرض کنید فقط سه نامزد A، B و C و تعداد ۱۰۰ رأی دهنده وجود داشته و جدول اولویت‌ها به صورت زیر باشد:

نوع ۲	نوع ۱	
C	A	اولویت اول
B	B	اولویت دوم
A	C	اولویت سوم
۵۰ رأی	۵۰ رأی	

در این صورت ۲۰۰، عدد بردای هر سه نامزد A، B و C است و لذا هیچ برنده‌ای وجود ندارد. البته در این وضعیت با به کار بردن هر یک از روش‌های دیگر نیز هیچ برنده‌ای نمی‌تواند معرفی گردد!

۶

ملاک‌های عادلانه بودن انتخابات

در بحث عدالت در اعلام برنده‌ی انتخابات تحت روش‌های گوناگون، با توجه به معیار عدالت، نظر هر فرد یا گروه متفاوت از دیگران است و حتی ممکن است تناقض‌هایی نیز در نظرات دو فرد یا دو گروه وجود داشته باشد. با این همه در این مورد ملاک‌هایی وجود دارد که دانشمندان اهل این فن، بر سر آن‌ها به توافق رسیده و آن‌ها را به عنوان ملاک‌های بررسی عدالت در انتخابات پذیرفته‌اند.

ملاک کندرسه^۱

برنده‌ی کندرسه یا نامزد کندرسه کسی است که تمام مقابله‌های رو در رو خود با دیگران را برده باشد، ولی چنان‌که در بحث روش‌های کندرسه به آن اشاره شده است، این برنده همیشه وجود ندارد.

ملاک کندرسه بیان می‌کند که اگر در انتخاباتی برنده‌ی کندرسه وجود داشت، آنگاه روشی برتری دارد که این برنده را به عنوان برنده‌ی خود اعلام دارد. روش‌های اسمیت+حذفی دوری، کوپلند، مینی‌مکس، اسمیت+مینی‌مکس، جفت‌های امتیازی، حذفی دوری شوارتز، مسیر غالب و شبه حذفی دوری شوارتز، دارای این ملاک هستند. ولی روش‌های رأی توافقی، بوردا، اکثریت نسبی و حذفی دوری، فاقد این ملاکند.

مثال ۲۶: روش‌های بدون امتیازبندی نظیر اکثریت نسبی و رأی توافقی نمی‌توانند دارای این ملاک باشند، زیرا در روند رأی‌گیری به رأی‌دهندگان اجازه نمی‌دهند تا تمام آن‌چه مورد نظرشان است بیان دارند. ولی روش حذفی دوری هم که این امکان را فراهم می‌کند، دارای این ملاک نیست. انتخابات زیر که در آن سه نامزد با هم رقابت می‌کنند، نشان‌دهنده‌ی این مطلب است:

$$C < B < A : 499$$

$$A < B < C : 498$$

$$A < C < B : 3$$

در این انتخابات B به A با ۵۰۱ به ۴۹۹ برتری دارد، همچنین B به C با ۵۰۲ به ۴۹۸ برتری دارد. پس B برنده‌ی کندرسه است. اما روش حذفی دوری در

همان ابتدا B را به دلیل این‌که کمترین رأی اول را دارد، حذف می‌کند و در پایان C برنده‌ی انتخابات می‌گردد.

ملاک وفق^۲

این ملاک بیان می‌دارد روشی در اعلام برنده‌ی انتخابات عادلانه است که اگر در حوزه‌ی یک، نامزد A برنده‌ی انتخابات باشد و در حوزه‌ی دو نیز همان نامزد برنده باشد، آنگاه در مجموع آراء دو حوزه نیز باید نامزد A برنده باشد.

ملاک تسلیم علاقه^۳

تسلیم علاقه در انتخابات به این معنی است که رأی‌دهنده با تشخیص احتمالات ممکن برای رأی‌دادن از دیدگاه شخصی خود، بتواند بفهمد که اگر به فرد مورد علاقه‌ی خود رأی دهد، احتمال برنده شدن او کم است، پس سعی می‌کند به گونه‌ای رأی دهد که هم از دیدگاه شخصی‌اش تأثیر رأیش در انتخابات بیشتر باشد و هم فردی که احتمال برنده شدنش بیشتر است را به عنوان علاقه‌ی خود بیان کند. با توجه به این توضیحات، انتخاباتی عادلانه است که فاقد این خاصیت باشد و رأی‌دهنده نتواند با اتخاذ هیچ روند استراتژیکی، به وضعیت انتخابات از قبل پی ببرد.

روش رأی توافقی دارای این ملاک است، در حالی که روش‌های درجه‌های ترتیبی، بوردا، اکثریت نسبی و حذفی دوری فاقد این ملاک هستند. همچنین هنوز مشخص نشده که روش شبه حذفی دوری شوارتز و مسیر غالب دارای این ملاکند یا خیر.

۲- Consistency criterion

۳- Favorite Betrayal criterion

ملاک کندرسه‌ی تعمیم‌یافته یا اسمیت^۴

این ملاک بیان می‌دارد روشی عادلانه است که برنده‌ی خود را از مجموعه‌ی اسمیت برگزیند. تمام روش‌هایی که دارای این ملاک باشند، دارای ملاک کندرسه نیز هستند. اما روش‌هایی که فاقد ملاک کندرسه‌اند، در این ملاک نیز صدق نمی‌کنند.

از روش‌هایی که ملاک کندرسه را دارند، تنها روش‌های شبه حذفی دوری شوارتز، مسیر غالب و جفت‌های امتیازی در ملاک کندرسه‌ی تعمیم‌یافته صدق می‌کنند.

ملاک استقلال از تغییر نامزدها^۵

در روش‌های اعلام برنده‌ی انتخابات، این ملاک بیان می‌دارد که اگر نامزد A برنده‌ی انتخابات بود و اگر نامزدی مانند B به فهرست نامزدها افزوده شد، آنگاه یا A باید برنده باشد و یا B. همچنین در مورد حذف یک نامزد غیر از برنده از فهرست نامزدها نیز، نباید تغییری در برنده‌ی انتخابات ایجاد شود.

یک ملاک ضعیف‌تر نیز در این مورد وجود دارد که آن را ملاک موضعی استقلال از افزایش کاندیداهای می‌نامند. این ملاک تصریح می‌کند که اگر نامزد A برنده‌ی انتخابات بود و اگر نامزد B به فهرست نامزدها افزوده شد، آنگاه در صورتی A بازهم باید برنده باشد که B درون مجموعه‌ی اسمیت نباشد.

روش‌های کندرسه همگی فاقد ملاک قوی‌تر هستند، اما روش شبه حذفی دوری شوارتز و روش مسیر غالب دارای ملاک ضعیف‌تر هستند. روش‌های بوردا و حذفی دوری نیز فاقد این ملاکند.

۴- Generalized Condorcet criterion (Smith Criterion)

۵- Independence from irrelevant alternatives

۶- Local independence from irrelevant alternatives

یک قصه‌ی کوتاه انگلیسی نیز در مورد این ملاک وجود دارد که ذکر آن در این جا خالی از لطف نیست.

سیدنی مورگن بزر پس از صرف شام تصمیم گرفت تا دسر سفارش دهد، به همین منظور پیشخدمت رستوران را صدا زد و در مورد دسرهای موجود از او سؤال کرد. پیشخدمت در جواب، دو نوع دسر کلوچه با طعم سیب و کلوچه با طعم زغال‌اخته را پیشنهاد کرد. سیدنی کلوچه با طعم سیب را سفارش داد، اما پس از چند دقیقه پیشخدمت بازگشت و کلوچه با طعم گیلاس را نیز به او پیشنهاد کرد. در این وضعیت سیدنی در جواب پیش خدمت گفت: " حال که چنین شده، پس کلوچه با طعم زغال‌اخته را برای من بیاورید."

ملاک یکنواختی^۷

این ملاک بیان می‌دارد که اگر نامزد A در انتخاباتی بازنده باشد و اگر تمام رأی‌دهندگان آراء خود را به گونه‌ای تغییر دهند که نامزد A در مرتبه‌ای پایین‌تر قرار گیرد، آنگاه A باز هم باید بازنده‌ی انتخابات باشد.

ملاک یکنواختی یکی از بهترین ملاک‌های تشخیص روش اعلام برنده‌ی انتخابات عادلانه است، زیرا هرچند که تمام روش‌های اعلام برنده‌ی انتخابات از روندی تاکتیکی آسیب پذیرند، اما چنانچه روشی فاقد این ملاک باشد، آنگاه رأی‌دهندگان با رأی‌دادن بر ضد نامزد مورد علاقه‌شان می‌توانند باعث برنده شدن او شوند.

۷-Monotonicity criterion

روش‌های اکثریت نسبی، بوردا، شبه حذفی دوری شوارتز و مسیر غالب دارای این ملاک هستند، اما روش حذفی دوری فاقد این ملاک است.

ملاک مشارکت^۸

این ملاک بیان می‌دارد که اگر به انتخاباتی برگه یا برگه‌هایی اضافه شود که در آن نامزد A در مرتبه‌ای بالاتر از نامزد B قرار گرفته باشد و همچنین قبلاً A برنده‌ی انتخابات بوده باشد، آنگاه نباید نتیجه در اثر این تغییرات به B تغییر کند. روش‌های اکثریت نسبی، رأی توافقی و بوردا این ملاک را دارا می‌باشند ولی تمام روش‌های کندرسه و نیز روش حذفی دوری فاقد این ملاکند.

ملاک استقلال از استراتژی^۹

این ملاک تصریح دارد که اگر در انتخاباتی برنده‌ی کندرسه موجود باشد و اکثریت هم این نامزد را به دیگر نامزدها ترجیح داده باشند، آنگاه نباید فرد دیگری برنده‌ی انتخابات شود.

روش شبه حذفی دوری شوارتز و روش مسیر غالب از این ملاک برخوردارند، اما روش‌های رأی توافقی، بوردا، اکثریت نسبی و حذفی دوری فاقد این ملاک هستند.

ملاک استقلال از استراتژی تعمیم یافته^{۱۰}

اگر اکثریت یکی از نامزدهای مجموعه‌ی اسمیت را به نامزدی در خارج از مجموعه ترجیح دهند، آنگاه آن نامزد خارج از مجموعه نباید برنده‌ی انتخابات شود.

۸- Participation criterion

۹- Strategy-Free criterion

۱۰- Generalized Strategy-Free criterion

روش‌های شبه حذفی دوری شوارتز و مسیر غالب دارای این ملاکند، ولی روش‌های رأی توافقی، بوردا، اکثریت نسبی و حذفی دوری، از این ملاک برخوردار نیستند.

ملاک بهره‌وری پارتو^{۱۱}

این ملاک عمدتاً در نظریه‌های اقتصادی و نیز نظریه‌ی بازی‌ها در ریاضی مورد بحث قرار می‌گیرد، ولی تفسیری از آن برای انتخابات نیز وجود دارد و می‌دارد که نتایج انتخابات نباید به رأی یک فرد بستگی داشته باشد.

ملاک‌های دیگری نیز وجود دارد که بعضی به روند برگزاری انتخابات، برخی به روش‌های شمارش آراء و اعلام برنده اشاره دارند، که در این جا از ذکر آنها در می‌گذریم.



قضیه‌ی عدم امکان آرو

در دهه ۱۹۵۰ اقتصاددانی به نام کنت جوزف آرو علاقه‌مند گردید یک سیستم دموکراتیک کامل برای انتخابات (رأی‌دادن با تعیین اولویت نامزدها) به وجود آورد که در اصول موضوعه‌ای مشخص صدق کند. اما وی در قضیه‌ای تحت عنوان *عدم امکان آرو* اثبات کرد که با حداقل ۳ نامزد و حداقل ۲ رأی‌دهنده هیچ مکانیسم فاقد تناقض و صادق در پنج اصل موضوع که مفهوم عدالت را در انتخابات به دست می‌دهد، وجود ندارد! وی به خاطر تحقیقاتش در سال ۱۹۷۲ برنده‌ی جایزه‌ی نوبل در

اقتصاد شد. باید توجه نمود تا از این قضیه سوء تعبیر نشود. در واقع این قضیه مانع از مقایسه روش‌های اخذ رأی و انتخاب بهترین آن‌ها نمی‌شود. همچنین امکان یافتن سیستم‌های عادلانه‌ای که در اصول موضوع دیگری صادق باشند را رد نمی‌کند. در این بخش به اثبات این قضیه می‌پردازیم. همان‌گونه که قبلاً گفته شده است، آرو با تبدیل ملاک‌های عدالت در انتخابات به یک دستگاه اصل موضوعی صوری، توانست قضیه‌ای را اثبات کند که در آن نشان داده شده است که هیچ انتخاباتی وجود ندارد که در ملاک‌های عدالت مورد نظر آرو صدق کند. در این قسمت ما با توجه به اثبات جان گناکوپلوس^۱ به توضیح این مطلب می‌پردازیم.

نمادهای مورد استفاده در بحث عبارتند از:

- X نمایشگر مجموعه‌ی تمام نامزدهای شرکت کننده در انتخابات است که متناهی فرض می‌شود.
- \mathcal{S} گردآیه‌ی تمام مجموعه‌های موسوم به A که هر کدام نمایانگر یک زیرمجموعه از X است که برخی از رأی‌دهندگان به همه‌ی اعضای آن رأی داده‌اند. (در این بحث از نمادهایی نظیر A' و یا A_1 استفاده می‌شود).
- مجموعه‌ی $N = \{1, 2, \dots, n\}, n \geq 1$ نمایش مجموعه‌ی تمام رأی‌دهندگان است که متناهی فرض می‌شود.
- \mathcal{R} مجموعه‌ی تمام ترتیب‌هایی است که می‌توان به همه یا بعضی از اعضای مجموعه‌ی X نسبت داد.
- \mathcal{R}^n مجموعه‌ی تمام «فهرست»‌هایی است که هر فهرست نشان‌دهنده‌ی یک صورت ممکن از آراء رأی‌دهندگان است.
- به ازای هر فهرست $V \in \mathcal{R}^n$ و هر $V_i, i \in N$ عبارت است از رأیی که توسط رأی‌دهنده‌ی i ام در فهرست V ظاهر شده است.

- برای هر $V \in \mathfrak{R}^n$ و هر $i \in N$ و هر دو عضو $x, y \in X$ منظور از xV_iy این است که در V_i ، x بر y اولویت دارد.
- همچنین تابع $C : \mathfrak{S} \times \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{S}$ را یک تابع انتخاب جامعه می‌نامیم. علاقه‌مندیم به ازای هر $A \in \mathfrak{S}$ و هر $V \in \mathfrak{R}^n$ ، $C(A, V)$ تک عضوی باشد، اما برای این که به کلیت موضوع خللی وارد نشود اجازه می‌دهیم برد تابع C شامل مجموعه‌های غیر تک عضوی نیز باشد (می‌توان فرض کرد که اگر تعداد نامزدها در $C(A, V)$ بیش از یک نفر باشد همیشه راهی -نظیر انداختن سکه- وجود دارد تا از میان آن‌ها یک نفر را انتخاب کنیم).
- تبصره:** می‌گوییم تابع انتخاب جامعه نامزد $x \in X$ را برمی‌گزیند هرگاه به ازای هر A و هر V ، $x \in C(A, V)$.
- ملاک‌های عدالت مورد نظر آرو را تعریف و معادل صوری آن‌ها را بیان می‌کنیم.
- ۱- تابع انتخاب جامعه باید یک یا چند نامزد که به آن‌ها رأی داده شده است را برگزیند و نباید هیچ نامزدی که به او رأی داده نشده است را مشخص کند.^۲
- ۱) $\forall A \in \mathfrak{S}, \forall V \in \mathfrak{R}^n; [A \neq \emptyset \Rightarrow C(A, V) \neq \emptyset] \wedge [C(A, V) \subseteq A]$.
- ۲- ملاک استقلال از تغییر نامزدها.^۳
- ۲) $\forall V, V' \in \mathfrak{R}^n; V|_A = V'|_A \Rightarrow C(A, V) = C(A, V')$.
- که در آن $V|_A$ نشانگر تحدید همه‌ی آراء V به نامزدهای در A است.
- ۳- نامزدی که تمام رأی‌دهندگان، آن‌را در پایین نامزد دیگری قرار داده‌اند، نباید به عنوان برنده توسط تابع انتخاب جامعه برگردانده شود.^۴
- ۳) $\forall A \in \mathfrak{S}, \forall V \in \mathfrak{R}^n \forall x, y \in A; (\forall i \in N; xV_iy) \Rightarrow y \notin C(A, V)$.

۲- Prime Directive

۳- Independence from Irrelevant Alternatives

۴- Unanimity

۴- نیاید هیچ رأی‌دهنده‌ای این قدرت را داشته باشد که آنچه او انتخاب کرده باشد صرف‌نظر از آراء دیگران، توسط تابع انتخاب جامعه برگزیده شود.^۵

$$f) \nexists i, \forall A \in \mathcal{S}, \forall V \in \mathfrak{X}^n \forall x, y \in A; (xV_i y) \Rightarrow y \notin C(A, V).$$

۵- برای هر جفت از نامزدها مانند x و y اگر x از مجموعه‌ای از نامزدها که به آن‌ها رأی داده شده است و شامل هر دو عضو x و y است، توسط تابع C برگزیده شده باشد، آنگاه y نباید از هیچ یک از چنین مجموعه‌های دیگری برگزیده شود.^۶

$$5) \forall A, A' \in \mathcal{S}, \forall x, y \in A; [\{x, y\} \subseteq A \wedge \{x, y\} \subseteq A' \wedge C(A, V) \cap \{x, y\} = \{x\}] \Rightarrow y \notin C(A', V)$$

قضیه عدم امکان آرو:

اگر $n(X) \geq 3$ و C یک تابع انتخاب جامعه باشد و در خاصیت‌های ۱، ۲، ۳ و ۵ مفهوم عدالت صدق کند، آنگاه در خاصیت ۴ صدق نخواهد کرد.

برهان:

برای اثبات قضیه‌ی اصلی ابتدا دو لم را اثبات می‌کنیم.

لم ۱:

برای هر نامزد مانند x و به ازای هر فهرست مفروض با این شرط که چنانچه x را در بالاترین جایگاه قرار نداده باشد، حتماً در پایین‌ترین آن قرار داده باشد، یکی از دو مورد زیر برقرار است:

۵- Non-dictatorship

۶- Consistency

(۱-۱) تابع انتخاب جامعه، تنها x را از هر زیرمجموعه نامزدهایی که به آن‌ها رأی داده شده است و شامل x است، بر می‌گزینند.

(۱-۲) تابع انتخاب جامعه، x را از زیرمجموعه نامزدهایی که به آن‌ها رأی داده شده است و شامل حداقل یک عضو متمایز از x است، بر نمی‌گزینند.
 لِم را به صورت صوری نیز داریم:

فرض کنیم برای هر $x \in X$ ، $\mathfrak{N}(x)$ نمایانگر ترتیب‌هایی از اعضای X است که یا x را در بالاترین جایگاه و یا در پایین‌ترین جایگاه قرار داده‌اند.
 برای هر $x \in X$ و هر $V \in \mathfrak{N}^n$ ، اگر به ازای هر i عضو N ، داشته باشیم $V_i \in \mathfrak{N}(x)$ آنگاه یکی از دو شرط برقرار است:

$$\forall y \in X - \{x\}; \{x\} = C(\{x, y\}, V) \quad (1-1)$$

$$\forall y \in X - \{x\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V) \quad (1-2)$$

برهان لِم ۱:

فرض کنیم (۱-۱) برقرار نباشد، z ی دلخواه عضو $X - \{x\}$ وجود دارد به طوری که

$$z \in C(\{x, z\}, V) \quad (1-3)$$

با توجه به این که $n(X) \geq 3$ ، می‌توانیم عضوی مانند y در مجموعه‌ی $X - \{x, z\}$ بیابیم. فهرستی مانند $V' \in \mathfrak{N}^n$ را در نظر می‌گیریم که تماماً مانند فهرست V است با این تفاوت که در آن z بلافاصله در جایگاهی پایین‌تر از y قرار می‌گیرد.

با توجه به فرض چون x در بالاترین یا پایین‌ترین جایگاه V_i قرار دارد، پس ترتیب نسبی x و y در دو فهرست V و V' یکسان است. همچنین ترتیب نسبی x و z نیز در دو فهرست V و V' یکسان است. در نتیجه عبارت‌های ذیل برقرارند.

$$V|_{\{x, z\}} = V'|_{\{x, z\}} \quad (1-4)$$

$$V|_{\{x,y\}} = V'|_{\{x,y\}} \quad (۱-۵)$$

$$\forall i \in N; yV'_i z \quad (۱-۶)$$

با توجه به (۱-۶) و (۳)

$$z \notin C(\{x, y, z\}, V') \quad (۱-۷)$$

و نیز با توجه به (۱-۷) و (۱)

$$C(\{x, y, z\}, V') \cap \{x, y\} \neq \emptyset \quad (۱-۸)$$

حال نشان می‌دهیم که

$$x \notin C(\{x, y, z\}, V') \quad (۱-۹)$$

برای این منظور از روش برهان خلف استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم $x \in C(\{x, y, z\}, V')$ با فرض $A' = \{x, z\}$ ، $A = \{x, y, z\}$ و این که بنا به (۱-۷) داریم $C(A, V') \cap \{x, z\} = \{x\}$ و بنا به (۵) داریم $z \notin C(\{x, z\}, V')$ و با توجه به (۱-۴) و (۲) داریم $z \notin C(\{x, z\}, V)$ و این متناقض با (۱-۳) است، پس فرض خلف باطل و حکم یعنی $x \notin C(\{x, y, z\}, V')$ اثبات می‌شود.

بنا به (۱-۹) و (۱-۷) داریم $C(\{x, y, z\}, V') \cap \{x, z\} = \emptyset$. اینک (۱) تصریح می‌کند که $\{y\} = C(\{x, y, z\}, V')$ و با توجه به (۵) داریم $\{y\} = C(\{x, y\}, V')$. همچنین با توجه به (۱-۵) و (۲) داریم $\{y\} = C(\{x, y\}, V)$ و چون y به طور دلخواه از $X - \{x, z\}$ گرفته شده است، پس گزاره‌ی زیر برقرار است.

$$\forall y \in X - \{x, z\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V) \quad (۱-۱۰)$$

حکم (۱-۱۰) به (۱-۲) نزدیک است و لذا تنها کافی است نشان دهیم

$$\{z\} = C(\{x, z\}, V)$$

حال اگر جای دو متغیر y و z را عوض کنیم، تمام آنچه که در قبل

گفتیم با روشی مشابه برقرار است، پس می‌توان نتیجه گرفت که

$$\{z\} = C(\{x, z\}, V) \quad (۱-۱۱)$$

حال از (۱-۱۰) و (۱-۱۱) داریم

$$\forall y \in X - \{x\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V)$$

که حکم لم است و اثبات به پایان می‌رسد. ■

لم ۲:

برای هر نامزد دلخواه x ، رأی‌دهنده‌ای مانند d وجود دارد که نظر خود را در مورد تمام جفت‌های غیر x نامزدها به انتخابات تحمیل می‌کند. (منظور از تحمیل کردن این است که اگر او در برگه‌ی رأیش به عنوان مثال z را پایین‌تر از y قرار دهد، آنگاه تابع انتخاب جامعه، z را از هیچ زیرمجموعه‌ی نامزدها که شامل y باشد، برنمی‌گزیند.)

یا به صورت صوری:

برای هر $x \in X$ ، رأی‌دهنده‌ای مانند d عضو N وجود دارد که برای هر $V \in \mathfrak{R}^n$ و هر $y, z \in X - \{x\}$ ، اگر $y V_d z$ آنگاه $\{y\} = C(\{y, z\}, V)$.

برهان لم ۲:

$x \in X$ را به دلخواه برمی‌گزینیم و یک فهرست مانند $V^\circ \in \mathfrak{R}^n$ را که در آن x همه جا در پایین‌ترین جایگاه قرار گرفته است، به دلخواه انتخاب می‌کنیم. پس داریم:

$$\forall y \in X - \{x\}, \forall i \in N; y V_i^\circ x \quad (۲-۱)$$

همچنین با توجه به (۳) داریم

$$\forall y \in X - \{x\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V^\circ) \quad (۲-۲)$$

فرض کنید n تعداد رأی‌دهندگان باشد. n فهرست قابل قبول به صورت $V^1, V^2, \dots, V^n \in \mathfrak{R}^n$ را می‌سازیم به طوری که هر فهرست V^k ، $k = 1, 2, \dots, n$ مشابه فهرست V° باشد و تنها تفاوت آن این باشد که در این فهرست رأی‌دهندگان

$k, \dots, 2, 1$ به جای این که x را در پایین‌ترین جایگاه قرار داده باشند، در بالاترین جایگاه قرار دهند، آنگاه برای هر $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ صحت موارد زیر واضح است.

$$\forall 1 \leq k \leq n, \forall y, z \in X - \{x\}, \forall i \in N; [yV_i^k z \Leftrightarrow yV_i^0 z] \quad (2-3)$$

$$\forall 1 \leq k \leq n, \forall y \in X - \{x\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, k\}; xV_i^k y \quad (2-4)$$

$$\forall 1 \leq k \leq n, \forall y \in X - \{x\}, \forall i \in \{k+1, k+2, \dots, n\}; yV_i^k x \quad (2-5)$$

از (2-4) نتیجه می‌شود که آراء ظاهر شده در فهرست V^n ، x را در بالاترین جایگاه قرار داده اند، پس با توجه به (3) با فرض $A = \{x, y\}$ و $V = V^n$:

$$\forall y \in X - \{x\}; \{x\} = C(\{x, y\}, V^n) \quad (2-6)$$

حال بنا بر لم 1، به ازای هر $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ یکی از دو شرط زیر برقرار

است.

$$\forall y \in X - \{x\}; \{x\} = C(\{x, y\}, V^k) \quad (2-7)$$

$$\forall y \in X - \{x\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V^k) \quad (2-8)$$

با توجه به (2-6) برای $k = n$ ، (2-8) برقرار نیست. حال d را کمترین مقدار صحیح موجود در مجموعه‌ی $\{0, 1, 2, \dots, n\}$ می‌گیریم که (2-8) به ازای $k = d$ برقرار نباشد. در نتیجه داریم

$$\forall y \in X - \{x\}; \{x\} = C(\{x, y\}, V^d) \quad (2-9)$$

با توجه به (2-2)، $d \neq 0$ ، پس $d > 0$ و در نتیجه $d - 1 \geq 0$. با توجه به

ساخت V^k ها، (2-8) برای $k = d - 1$ برقرار است، پس

$$\forall y \in X - \{x\}; \{y\} = C(\{x, y\}, V^{d-1}) \quad (2-10)$$

حال چون $n(x) \geq 3$ ، پس می‌توانیم دو عضو متمایز y و z از

$X - \{x\}$ انتخاب کنیم.

فهرست $V'' \in \mathfrak{X}^n$ را همانند V^d در نظر می‌گیریم، به جز این که در

V''_d ، y به جایگاه اول رأی منتقل شده و در نتیجه x در مکانی پایین‌تر قرار دارد.

توجه کنید که ترتیب نسبی x و z در V'' همان است که در V^d بوده و تغییر

نیافته است، پس $V''|_{\{x,z\}} = V^d|_{\{x,z\}}$ و با توجه به (۲-۹) و (۲)

$$\{x\} = C(\{x, z\}, V'') \quad (۲-۱۱)$$

همچنین می‌توان گفت که ترتیب نسبی y و z در فهرست V'' نظیر

فهرست V^{d-1} است، در نتیجه $V''|_{\{x,y\}} = V^{d-1}|_{\{x,y\}}$. پس با توجه به (۲-۱۰) و

(۲) داریم

$$\{y\} = C(\{x, y\}, V'') \quad (۲-۱۲)$$

از (۲-۱۱) و (۵) داریم

$$z \notin C(\{x, y, z\}, V'') \quad (۲-۱۳)$$

از (۲-۱۲) و (۵) داریم

$$x \notin C(\{x, y, z\}, V'') \quad (۲-۱۴)$$

حال با توجه به (۲-۱۳) و (۲-۱۴) و (۱) داریم

$$\{y\} = C(\{x, y, z\}, V'') \quad (۲-۱۵)$$

با توجه به (۲-۱۵) و (۵) داریم

$$z \notin C(\{y, z\}, V'') \quad (۲-۱۶)$$

و حال با توجه به (۲-۱۶) و (۱) داریم

$$\{y\} = C(\{y, z\}, V'') \quad (۲-۱۷)$$

چون ترتیب نسبی y و z در V° دلخواه بوده است، پس ترتیب نسبی

y و z در V'' نیز دلخواه است، مگر در مورد برگه‌ی رأی مربوط به رأی‌دهنده‌ی

d که در آن y حتماً قبل از z در فهرست V'' آمده است. در نتیجه از (۲-۱۷) و

(۲) داریم

$$\forall V \in \mathfrak{R}^n; [yV_d z \Rightarrow \{y\} = C(\{y, z\}, V)]$$

حال با توجه به این که y و z دو نامزد دلخواه متمایز و همچنین متمایز

از x بودند، حکم زیر برای هر دو عضو متمایز $y, z \in X - \{x\}$ برقرار است:

$$\forall V \in \mathfrak{R}^n; [yV_d z \Rightarrow \{y\} = C(\{y, z\}, V)] \quad (۲-۱۸)$$

همچنین با توجه به قانون انتفاء مقدم، چون $(zV_d z)$ نادرست است، پس برای هر $z \in X - \{x\}$ ، حتی زمانی که $y = z$ ، $(y - 18)$ برقرار است. و در نتیجه یک رأی‌دهنده مانند d وجود دارد که نظر خود را بر تمام جفت‌هایی نظیر $\{y, z\} \in X - \{x\}$ ، زمانی که x به طور دلخواه انتخاب شده باشد، تحمیل می‌کند و اثبات لم به پایان می‌رسد. ■

حال کافی است نشان دهیم که یک دیکتاتور در انتخابات داریم که روی همه‌ی جفت‌ها به هر ترتیبی نظر خود را تحمیل می‌کند، تا اثبات قضیه‌ی آرو تمام شود.

چون $n(X) \geq 3$ ، می‌توانیم سه نامزد مجزای x ، y و z از X انتخاب کنیم. با توجه به لم ۲ نتیجه می‌شود که یک یا چند رأی‌دهنده وجود دارند که نظر خود را روی جفت‌هایی تحمیل می‌کنند. $d_x, d_y, d_z \in N$ را به عنوان این تحمیل‌کننده‌ها در نظر می‌گیریم، به طوری که d_x نظر خود را بر y و z تحمیل کند، d_y نظر خود را بر x و z تحمیل کند و d_z نظر خود را بر x و y تحمیل کند. حال باید نشان دهیم که $d_x = d_y = d_z$ تا یک دیکتاتور مؤثر روی تمام انتخابات داشته باشیم.

با استفاده از روش برهان خلف عمل می‌کنیم. فرض کنید حداقل دو تحمیل‌کننده‌ی متمایز داشته باشیم. این بدان معنی است که می‌توانیم فهرستی مانند $V \in \mathfrak{R}^n$ داشته باشیم، به طوری که $yV_{d_x} z$ ، $zV_{d_y} x$ و $xV_{d_z} y$. حال با توجه به این‌که حداقل دو رأی‌دهنده، نظرات خود را روی جفت‌های متناظرشان تحمیل می‌کنند، داریم

$$\{y\} = C(\{y, z\}, V)$$

$$\{z\} = C(\{x, z\}, V)$$

$$\{x\} = C(\{x, y\}, V)$$

در نتیجه با توجه به (۵)

$$z \notin C(\{x, y, z\}, V)$$

$$x \notin C(\{x, y, z\}, V)$$

$$y \notin C(\{x, y, z\}, V)$$

پس

$$C(\{x, y, z\}, V) \cap \{x, y, z\} = \emptyset$$

که متناقض با (۱) است، پس فرض خلف باطل و حکم یعنی

$$d_x = d_y = d_z \text{ اثبات می‌شود.}$$

حال چون x ، y و z به طور دلخواه انتخاب شده‌اند، پس برای این

دیکتاتور ($d_x = d_y = d_z$) داریم

$$\forall V \in \mathfrak{R}^n; [xV_d y \Rightarrow \{x\} = C(\{x, y\}, V)]$$

که در آن x و y دو نامزد دلخواه هستند.

حال با توجه به (۵) داریم

$$\forall A \in \mathfrak{S}, \forall V \in \mathfrak{R}^n, \forall x, y \in A; xV_d y \Rightarrow y \notin C(A, V)$$

و این گزاره نشانگر این است که تابع انتخاب جامعه (C)، فاقد خاصیت (۴)

است. ■

منابع

- 1-Joseph Malkevitch;<http://www.ams.org/new-in-math/cover/voting-introduction.html>
- 2-Joseph Malkevitch;<http://www.ams.org/new-in-math/cover/voting-ballots.html>
- 3-Joseph Malkevitch;<http://www.ams.org/new-in-math/cover/voting-arrow.html>
- 4-http://en.wikipedia.org/wiki/Approval_voting
- 5-<http://bcn.boulder.co.us/government/approvalvote/center.html>
- 6-http://en.wikipedia.org/wiki/Voting_system
- 7-Erica Klarreich; *Election Selection*;
<http://www.sciencenews.org/articles/20021102/bob8.asp>
- 8-<http://www.ctl.ua.edu/math103/Voting/fundamen.htm>
- 9-<http://electionmethods.org/Condorcet.html>
- 10-<http://electionmethods.org/CondorcetEx.html>
- 11-<http://electionmethods.org/indx.html>
- 12-<http://electionmethods.org/complicated.html>
- 13-<http://electionmethods.org/IRVproblems.html>
- 14-<http://www.ctl.ua.edu/math103/Voting/voting.htm>

15-*Chaos, but in voting and apportionments?*, Saari, Donald G., (Enote)
<http://www.pnas.org/cgi/content/full/96/19/10568>
 16-<http://members.cox.net/srice1/profdaley/math/voteprdx.html>
 17-Jim Loy; *The Voting Paradox*; <http://www.jimloy.com/logic/voting.htm>
 18- http://en.wikipedia.org/wiki/Borda_count
 19- http://en.wikipedia.org/wiki/Bucklin_voting
 20-http://en.wikipedia.org/wiki/Cloneproof_Schwartz_Sequential_Dropping
 21-http://en.wikipedia.org/wiki/Condorcet_method
 22-http://en.wikipedia.org/wiki/Coombs'_method
 23-http://en.wikipedia.org/wiki/Copeland's_method
 24-http://en.wikipedia.org/wiki/First_Past_the_Post_electoral_system
 25-http://en.wikipedia.org/wiki/Instant-runoff_voting
 26-http://en.wikipedia.org/wiki/Maximize_Affirmed_Majorities
 27-http://en.wikipedia.org/wiki/Maximum_Majority_Voting
 28-http://en.wikipedia.org/wiki/Ranked_Pairs
 29-http://en.wikipedia.org/wiki/Runoff_voting
 30-http://en.wikipedia.org/wiki/Sri_Lankan_Supplementary_Vote
 31-http://en.wikipedia.org/wiki/Supplementary_Vote
 32-http://en.wikipedia.org/wiki/Table_of_voting_systems_by_nation
 33-http://fc.antioch.edu/~jarmyta@antioch-college.edu/voting_methods/introduction.htm
 34-http://fc.antioch.edu/~jarmyta@antioch-college.edu/voting_methods/recommendations.htm
 35-http://en.wikipedia.org/wiki/Condorcet_Criterion
 36-<http://en.wikipedia.org/wiki/Consistency>
 37-http://en.wikipedia.org/wiki/Favorite_Betrayal_criterion
 38-http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_Condorcet_criterion
 39-http://en.wikipedia.org/wiki/Generalized_Strategy-Free_criterion
 40-http://en.wikipedia.org/wiki/Independence_of_irrelevant_alternatives
 41-http://en.wikipedia.org/wiki/Monotonicity_criterion
 42-http://en.wikipedia.org/wiki/Pareto_efficiency
 43-http://en.wikipedia.org/wiki/Strategy-Free_criterion
 44-<http://en.wikipedia.org/wiki/Majority>
 45-<http://en.wikipedia.org/wiki/Plurality>
 46-http://en.wikipedia.org/wiki/Simple_majority
 47-http://en.wikipedia.org/wiki/Spoiler_effect
 48-<http://en.wikipedia.org/wiki/Supermajority>
 49-http://en.wikipedia.org/wiki/Two-thirds_majority
 50-http://en.wikipedia.org/wiki/Voting_paradox

51-[http://alumnus.caltech.edu/~seppley/Arrow's Impossibility Theorem for Social Choice Methods.htm](http://alumnus.caltech.edu/~seppley/Arrow's%20Impossibility%20Theorem%20for%20Social%20Choice%20Methods.htm)
 52-http://econ.gsia.cmu.edu/Freshman_Seminar/notes_on_arrow.htm
 53-[http://alumnus.caltech.edu/~seppley/Proof of Arrow's Theorem for Social Choice Functions.htm](http://alumnus.caltech.edu/~seppley/Proof%20of%20Arrow's%20Theorem%20for%20Social%20Choice%20Functions.htm)
 54-<http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/PrintHT/Voting.html>
 55-<http://www.condorcet.org>
 56-<http://nairobi.mwc.edu/~rdean8it/HIST200R/elections.html>
 57-<http://36.1911encyclopedia.org/V/VO/VOTE.htm>
 58-http://38.1911encyclopedia.org/V/VO/VOTING_MACHINES.htm
 59-<http://www.publicus.net/ebook/edemebook.html>
 60-<http://www.cs.uiowa.edu/~jones>
 61-<http://www.iun.edu/~mathiho/mathpol/fall00/chapter11.htm>
 62-<http://www.maa.org/reviews/saari.html>
 63-http://www.colorado.edu/education/DMP/voting_a.html
 64-<http://www.house.gov/science/full/may22/jones.htm>
 65-<http://wmu.8k.com/secular/voting.html>
 66-<http://www.yurinsha.com/335/p1.htm>
 67-<http://dynamic.uoregon.edu/~jjf/essays/Zurbriggen2004.html>
 68-Proof of Arrow's Impossibility Theorem, J. Kelly, (Enote)
 69-Mathematics and Democracy, A. Slinko, (Enote)
 70-Symmetry, Voting, and Social Choice, Saari, Donald G., *The mathematical intelligencer* Vol. 10, NO. 3 1988 [32-42]
 71-Geometry, Voting, and Paradoxes, Saari, Donald G., *Valognes, Fabrice, Mathematics Magazine* Vol. 71, NO. 4 1998 [243-259]

منابعی برای مطالعه بیشتر

- 1-Saari, Donald G., *Apportionment methods and the house of representatives*, Discussion Paper NO. 266, JAN 1977
- 2-Saari, Donald G., *Millions of election outcomes from a single profile*, Discussion Paper NO. 963, NOV 1991
- 3-Laslier, Jean-Francois, *Strategic approval voting in large electorate (Epaper)*, APR 2004
- 4-Saari, Donald G. and Van Newenhizen, Jill, *The problem of indeterminacy in approval, multiple and truncated voting systems*, *Public Choice* 59:101-120
- 5-Saari, Donald G. and Van Newenhizen, Jill, *Is approval voting and 'unmitigated evil?' a response to Brams, Fishburn and Merrill*, *Public Choice* 59:133-147
- 6-Saari, Donald G., *Symmetry extensions of 'neutrality': 1-Advantage to the Condorcet loser*, Discussion Paper NO. 969, NOV 1991
- 7-Saari, Donald G., *A dictionary for voting paradoxes*, *Journal of Economic Theory* 48:443-475 1989
- 8-Saari, Donald G., *The Borda dictionary*, *Social Choice & Welfare* 7:279-317 1990
- 9-Saari, Donald G., *Explaining positional voting paradoxes I; The simple case*, Discussion Paper NO. 1179 1997
- 10-Arrow, Kenneth J., *Social choice and individual values*, 2nd ed. Wiley, New York 1963
- 11-Saari, Donald G., *Geometry of voting*, Springer-Verlag 1994
- 12-Saari, Donald G., *Basic Geometry of voting*, Springer-Verlag 1995
- 13-Saari, Donald G., *Explaining positional voting paradoxes II; The general case*, Discussion Paper NO. 1187 1997
- 14-Seidmann, Daniel J., *A theory of voting patterns and performance in private and public committees (Epaper)* 2004
- 15-Uminsky, David, *Thesis proposal: Voting, paradoxes, and their algebraic structure, (Epaper)*
- 16-Saari, Donald G., *Chaotic election: A mathematician looks at voting*, AMS, 2001
- 17-Daugherty, Zaji, *An introduction to voting theory, (Epaper)* 2004

- 18-Gill, Jeff and Gainous Jason, *Why does voting get so complicated? A review of theories for analyzing democratic participation*, *Statistical Science* Vol. 17, No. 4:383-404 2002
- 19-Heath, Joseph, *More voting doesn't necessarily for more democracy*, *Montreal Gazette*, DEC 2002
- 20-Alternative voting systems: *Facts and issues*, *LWV(League of Women Voters), Special Version (Emag)*
- 21-Daugherty, Zaji, *An algebraic approach to partial rankings in voting theory: A midyear report*, *Harvey Mudd College*, DEC 2004
- 22-Arrow, Kenneth J., *Mathematical models in social sciences*, *Cowles Foundation Paper NO. 48:129-154*
- 23-Haan, Marco A. and Kooreman, Peter, *How majorities can lose the election: Another voting paradox*, *Social Choice & Welfare* 20:509-522 (2003)
- 24-Hansen, Paul, *Another graphical proof of Arrow's impossibility theorem*, *Journal of Economic Education*, Summer 2002:217-235
- 25-McKelvey, Richard D. and Patty, John W., *A theory of voting in large election*, (Draft Note) JUL 2003
- 26-Toplak, Jurij, *Equal voting weight of all : Finally 'one person, one vote' from Hawaii to Maine?*, (Draft Note) UCLA Law School 2003
- 27-Brams, Steven J. and Remzi Sanver M., *Voter sovereignty and election outcomes*, (Epaper) NOV 2003
- 28-Brams, Steven J. and Fishburn, Peter C., *Going from theory to practice: The mixed success of approval voting*, *American Political Science Association*, 2003
- 29-Bender, Edward A., "And the winner is . . .", (Epaper)