بسمه تعالی

سؤالات امتحان میان ترم آمار و کاربرد آن در مدیریت ۲

تاریخ :۸۳/۰۳/۱۸ «ارقام دروغ نمی‌گویند، اما دروغگویان رقم سازی می‌کنند»(آندرولنگ)

نام و نام خانوادگی : **وقت :۹۰ دقیقه**

۱. صورت قضیه حد مرکزی را بیان کنید.

۲. الف) اریبی برآورد کننده را تعریف کنید.

ب) اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسن با پارامتر λ باشد؛ اریبی $\overline{X}$ و میانگین مربع خطای آن را محاسبه نمایید.

۳. اگر کارایی نسبی $\hat{\theta}_2$ نسبت به $\hat{\theta}_1$ بزرگتر از یک باشد؛ در مورد بهتر بودن آنها نسبت به یکدیگر چه می توان گفت.

۴. اگر توزیع نمونه ای $\overline{X}$ دارای انحراف معیار ۴ باشد و انحراف معیار جامعه آماری ۲۴ باشد؛ حجم نمونه چقدر است؟

۵. رئیس دانشکده ای درصدد تعیین کیفیت تحصیلی دانشجویان خود است. وی معتقد است که معدل کل دانشجویان نشاندهنده این امر است. در این راستا از بین دانشجویان دانشکده یک نمونه تصادفی ۱۲ نفره انتخاب کرده معدل هریک از آنها به شرح زیر است:

۱۵،۱۷،۱۳،۱۲،۱۰،۹،۱۴،۱۵،۱۶،۱۴،۱۲،۱۳

با فرض نرمال بودن توزیع معدل دانشجویان دانشکده، یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای میانگین معدل دانشجویان بیابید.

۶ . برای مقایسه هزینه سوخت دو منطقه تهران در فصل زمستان از منطقه اول ۵ خانوار و از منطقه دوم ۸ خانوار بطور تصادفی انتخاب می کنیم. هزینه سوخت آنها به صورت زیر است.

هزینه سوخت	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
منطقه اول	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۹۰۰	۸۱۰	۸۵۰	--	--	--
منطقه دوم	۵۵۰	۴۵۰	۱۰۰۰	۸۵۰	۳۶۰	۳۵۰	۴۰۰	۴۵۰

با فرض اینکه توزیع هزینه سوخت در هر دو منطقه نرمال باشد؛ آیا با اطمینان ۹۵٪ میانگین هزینه سوخت منطقه اول بیشتر از دوم است؟ (راهنمایی: ابتدا برابری واریانسهای هزینه سوخت را در دو منطقه چک کنید)

۷. برای برآورد نسبت آن عده از صاحبان اتومبیل که ماشین خود را به اندازه بیش از ۵۰ میلیون ریال بیمه بدنه کرده باشند؛ نمونه ای تصادفی مرکب از ۴۰۰ صاحب اتومبیل برگزیده شده است. اگر میزان بیمه بدنه اتومبیل ۵۶ نفر از آنها بیش از مبلغ مورد نظر باشد.

الف) یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبتی که برآورد می شود؛ بیابید.

ب) چه حجمی برای نمونه باید اختیار شود تا حد بالای فاصله اطمینان ۹۵٪ برابر ۰/۱۸ باشد.

با آرزوی موفقیت

$$b_{\hat{\theta}}(\theta)=E(\hat{\theta}-\theta), MSE(\hat{\theta})=E(\hat{\theta}-\theta)^2, \mu:(\bar{x}\pm z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}), \mu:(\bar{x}\pm z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}})$$

$$\mu:(\bar{x}\pm z_{1-\alpha/2}\frac{S_u}{\sqrt{n}}), \mu:(\bar{x}\pm z_{1-\alpha/2}\frac{S_u}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}), \mu:(\bar{x}\pm t_{\alpha/2,n-1}\frac{S_u}{\sqrt{n}}), \mu:(\bar{x}\pm t_{\alpha/2,n-1}\frac{S_u}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}})$$

$$\sigma^2:(\frac{nS_1^2}{\chi^2_{\alpha/2,n}},\frac{nS_1^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n}}), \sigma^2:(\frac{(n-1)S_u^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}},\frac{(n-1)S_u^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}), p:(\hat{p}\pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}), \hat{p}=\frac{x}{n},$$

$$n=\frac{z^2_{1-\alpha/2}\sigma^2}{k^2}, P(|\bar{X}-\mu|\le k)=1-\alpha, n=\frac{Nz^2_{1-\alpha/2}\sigma^2}{z^2_{1-\alpha/2}\sigma^2+(N-1)k^2}, n=\frac{z^2_{1-\alpha/2}p(1-p)}{k^2}, P(|\hat{p}-p|\le k)=1-\alpha$$

$$n=\frac{Nz^2_{1-\alpha/2}p(1-p)}{z^2_{1-\alpha/2}p(1-p)+(N-1)k^2}, \mu_1-\mu_2:(\bar{x}-\bar{y}\pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}), \mu_1-\mu_2:(\bar{x}-\bar{y}\pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{S_{u1}^2}{n_1}+\frac{S_{u2}^2}{n_2}})$$

$$\mu_1-\mu_2:(\bar{x}-\bar{y}\pm t_{\alpha/2,n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}), S_p^2=\frac{(n_1-1)S_{u1}^2+(n_1-1)S_{u2}^2}{n_1+n_2-2}, \mu_1-\mu_2:(\bar{x}-\bar{y}\pm t_{\alpha/2,df}\sqrt{\frac{S_{u1}^2}{n_1}+\frac{S_{u2}^2}{n_2}})$$

$$df=\frac{\left(\frac{S_{u1}^2}{n_1}+\frac{S_{u2}^2}{n_2}\right)^2}{\frac{\left(\frac{S_{u1}^2}{n_1}\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left(\frac{S_{u2}^2}{n_2}\right)^2}{n_2-1}}, p_1-p_2:(\hat{p}_1-\hat{p}_2\pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}),$$

$$\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}:(f_{1-\alpha/2,(n_1-1,n_2-1)}\frac{S_{u2}^2}{S_{u1}^2}, f_{\alpha/2,(n_1-1,n_2-1)}\frac{S_{u2}^2}{S_{u1}^2})$$

$$z_{0.95}=-z_{0.05}=1.645, \quad z_{0.975}=-z_{0.025}=1.960, \quad z_{0.99}=-z_{0.01}=2.326, \quad z_{0.5}=0.01$$
$$z_{0.995}=2.576, \quad z_{0.90}=-z_{0.10}=1.282$$
$$t_{0.05,12}=1.782, t_{0.05,11}=1.796, t_{0.05,10}=1.812, t_{0.05,13}=1.771, t_{0.1,12}=1.356, t_{0.1,11}=1.363, t_{0.1,10}=1.372$$
$$t_{0.1,13}=1.350, t_{0.01,12}=2.681, t_{0.01,11}=2.718, t_{0.01,10}=2.764, t_{0.01,13}=2.650, t_{0.025,12}=2.179, t_{0.025,11}=2.201$$
$$t_{0.025,10}=2.228, t_{0.025,13}=2.160$$
$$\chi^2_{.95,5}=1.145, \chi^2_{.95,4}=0.711, \chi^2_{.95,8}=2.733, \chi^2_{.95,7}=2.167, \chi^2_{.05,5}=11.071, \chi^2_{.05,4}=9.488, \chi^2_{.05,8}=15.507$$
$$\chi^2_{.05,7}=14.067$$
$$f_{.05,(5,8)}=3.69, f_{.05,(4,7)}=4.12, f_{.05,(8,5)}=4.82, f_{.05,(7,4)}=6.09, f_{.025,(5,8)}=4.82, f_{.025,(4,7)}=5.52$$
$$f_{.025,(8,5)}=6.76, f_{.025,(7,4)}=9.07, f_{0.01,(5,8)}=6.63, f_{0.01,(4,7)}=7.85, f_{0.01,(8,5)}=10.29, f_{0.01,(7,4)}=14.98$$